ELEAZAR JIMÉNEZ LÓPEZ

¿Para qué sirve la X?

Reconstruyendo la enseñanza de ecuaciones lineales desde la experiencia dual del aula

Religación Press

Eleazar Jiménez López

¿Para qué sirve la X?

Reconstruyendo la enseñanza de ecuaciones lineales desde la experiencia dual del aula

Quito, Ecuador
2025

Eleazar Jiménez López

What is X for?

Reconstructing the teaching of linear equations from the dual classroom experience

Quito, Ecuador
2025

Religación **P**ress
[Ideas desde el Sur Global]

Religación Press, es parte del fondo editorial del Centro de Investigaciones CICSHAL-RELIGACIÓN | Religación Press, is part of the editorial collection of the CICSHAL-RELIGACIÓN Research Center | Diseño, diagramación y portada | Design, layout and cover: Religación Press.
CP 170515, Quito, Ecuador. América del Sur.
Correo electrónico | E-mail: press@religacion.com
www.religacion.com

Disponible para su descarga gratuita en | Available for free download at | https://press.religacion.com

CITAR COMO [APA 7]

Jiménez López, E. (2025). *¿Para qué sirve la X? Reconstruyendo la enseñanza de ecuaciones lineales desde la experiencia dual del aula*. Religación Press. https://doi.org/10.46652/ReligacionPress.281

Primera Edición | First Edition: 2025
Editorial | Publisher: Religación Press
Materia Dewey | Dewey Subject: 512 - Algebra. teoría de los números
Clasificación Thema | Thema Subject Categories: JNU - Enseñanza de una materia específica | PBF - Álgebra | JNDG - Planificación y desarrollo curricular
BISAC: EDU029010
Público objetivo | Target audience: Profesional / Académico | Professional / Academic
Colección | Collection: Matemáticas
Soporte| Format: PDF / Digital
Publicación | Publication date: 2025-04-28
ISBN: 978-9942-561-26-8
Título: ¿Para qué sirve la X? Reconstruyendo la enseñanza de ecuaciones lineales desde la experiencia dual del aula
What is X for? Reconstructing the teaching of linear equations from the dual classroom experience
Para que serve o X? Reconstruindo o ensino de equações lineares a partir da experiência dupla da sala de aula

Nota obra derivada: el libro retoma y amplía, los hallazgos y aportes presentados en la tesis original, enriqueciendo su contenido con nuevos enfoques, análisis y perspectivas que profundizan en los temas abordados en "Las ecuaciones lineales con los bloques de dienes como medio para transitar de la aritmética al lenguaje algebraico. Caso: estudiantes de primer grado grupo "D" de la escuela Secundaria Técnica Industrial Núm. 80, San Cristóbal de las Casas, Chiapas" presentada ante el Instituto de Estudios de Posgrado por Eleazar Jiménez López en 2019.
Note: The book takes up and expands, through the collaborative work of a group of researchers, the findings and contributions presented in the original dissertation, enriching its content with new approaches, analyses and perspectives that deepen the topics addressed. "Las ecuaciones lineales con los bloques de dienes como medio para transitar de la aritmética al lenguaje algebraico. Caso: estudiantes de primer grado grupo "D" de la escuela Secundaria Técnica Industrial Núm. 80, San Cristóbal de las Casas, Chiapas" presented to the Instituto de Estudios de Posgrado by Eleazar Jiménez López in 2019.

Revisión por pares

La presente obra fue sometida a un proceso de evaluación mediante el sistema de dictaminación por pares externos bajo la modalidad doble ciego. En virtud de este procedimiento, la investigación que se desarrolla en este libro ha sido avalada por expertos en la materia, quienes realizaron una valoración objetiva basada en criterios científicos, asegurando con ello la rigurosidad académica y la consistencia metodológica del estudio.

Peer Review

This work was subjected to an evaluation process by means of a double-blind peer review system. By virtue of this procedure, the research developed in this book has been endorsed by experts in the field, who made an objective evaluation based on scientific criteria, thus ensuring the academic rigor and methodological consistency of the study.

Sobre el autor/ About the author

Eleazar Jiménez López
Originario de Tumbalá, Chiapas, México. De lengua materna ch´ol. Docente de educación básica nivel secundarias técnicas. Estudió la Licenciatura en Educación Secundaria con la especialidad en matemáticas en la Escuela Normal Superior de Chiapas (ENSCH) y el Doctorado en Desarrollo Educativo en el Instituto de Estudios de Posgrado (IEP).
Subsecretaría de Educación Federalizada | Chiapas | México
https://orcid.org/0000-0001-7776-9393
eleazarjimenezlopez@gmail.com

Resumen

El informe de investigación y sistematización de la experiencia docente como profesor de matemáticas en el nivel de educación secundaria en el Estado de Chiapas, México describe un proceso con perspectiva de investigación acción participativa con un grupo de primer grado que cursó el ciclo escolar 2016-2017. Dicha investigación propia del campo de la didáctica de las matemáticas en educación secundaria partió de la problematización de la práctica planteando las interrogantes: ¿por qué se nos plantea una ecuación lineal? ¿por qué hay que determinar el valor de la variable x? ¿cómo se plantea y resuelve un problema de la vida real en lenguaje algebraico? En el texto se hace un recorrido del contexto escolar, la retrospectiva de mi proceso de aprendizaje de las ecuaciones lineales en secundaria, un acercamiento para el entendimiento del álgebra, puesta en práctica de la propuesta didáctica y su reformulación y socialización al colectivo docente son las apuestas que hallará en el cuerpo de este.

Palabras clave: investigación acción participativa; plan de clase; práctica docente; análisis-reflexión; matemática lúdica.

Abstract

This research report on the systematization of my teaching experience as a secondary school mathematics teacher in the state of Chiapas, Mexico, describes a participatory action research process with a first-grade class enrolled in the 2016-2017 school year. This research, typical of the field of mathematics teaching in secondary education, began by problematizing the practice by posing the questions: Why are we presented with a linear equation? Why do we have to determine the value of the variable x? How is a real-life problem posed and solved in algebraic language? The text explores the school context, a retrospective of my learning process of linear equations in secondary school, an approach to understanding algebra, the implementation of the teaching proposal, and its reformulation and dissemination to the teaching community are the topics you will find in this article.

Keywords: participatory action research; lesson plan; teaching practice; analysis-reflection; recreational mathematics.

Resumo

Este relatório de pesquisa sobre a sistematização da minha experiência docente como professora de matemática do ensino médio no estado de Chiapas, México, descreve um processo de pesquisa-ação participativa com uma turma do primeiro ano durante o ano letivo de 2016-2017. Esta investigação, típica do campo do ensino de matemática no nível secundário, iniciou-se problematizando a prática através das seguintes questões: Por que nos apresentam uma equação linear? Por que temos que determinar o valor da variável x? Como se formula e resolve um problema da vida real em linguagem algébrica? O texto explora o contexto escolar, uma retrospectiva do meu processo de aprendizagem sobre equações lineares no ensino médio, uma abordagem para compreensão da álgebra, a implementação da proposta didática, assim como sua reformulação e divulgação para a comunidade docente - estes são os temas que você encontrará neste artigo.

Palavras-chave: pesquisa-ação participativa; plano de aula; prática docente; análise-reflexão; matemática recreativa.

Contenido

Figuras

Tablas

Prólogo

¿Para qué sirve la X en una ecuación?, pensar en porque determinaron los primeros matemáticos de la historia a letra equis "X" como el símbolo matemático que lleva una ecuación y que representa un número el cual hay que descubrir dicho valor numérico al realizar una serie de procesos para llegar al final a conocer el valor de equis "X", y al sustituir el valor de equis "X" en la ecuación matemática, se logra observar que dicho valor hace que ambos miembros de la igualdad matemática sea balanceado, sea el mismo resultado en ambos miembros de la ecuación, lo que significa que el valor de "X" sea correcto. Tal como lo expresó en la ecuación de la edad de DIOFANTO, que encontrarás en este maravillo libro el cual te invito a que lo leas.

Los maestros de matemáticas poco nos detenemos a investigar y sobre todo plantear a nuestros estudiantes para generar pensamiento crítico a cerca de porque utilizar la equis "X" en las ecuaciones lineales, lo que comúnmente se realiza en el aula en secundaria es enseñar a resolver las ecuaciones lineales, ecuaciones cuadráticas, el teorema de Pitágoras, los cuales son contenidos matemáticos que implican el uso de la letra equis "X". El docente de matemáticas planea conectar las ecuaciones con planteamientos matemáticos donde sea factible el uso de las ecuaciones considerando que se aprende un lenguaje común y un lenguaje algebraico y llegar al final a realizar los despejes necesarios para conocer el valor de "X", que hace posible la respuesta al planteamiento matemático.

Sin embargo; el docente que hace una introspección de su propia práctica docente, que se atreve a revisarla y sobre todo a escribir y compartir esta, es nada más y nada menos que un docente que busca innovar su práctica docente, por el cual reconozco el aporte del distinguido profesor ELEAZAR JIMÉNEZ LÓPEZ, quien nos comparte sus aportes matemáticos, sus estrategias didácticas y su sentir como docente.

El autor de este libro realiza su investigación desde su aprendizajes y dificultades como estudiante de la lengua CH´OL en secundaria y luego como profesional de la educación secundaria en la disciplina de matemáticas; el cual fue un reto, tal como lo menciona que pocos estudiantes en su clase expresaron que les gusta estudiar matemáticas, y como docente se planteó el desafío: para que la convivencia matemática en su clase sea de aprendizaje, la estrategia de enseñanza lúdica, con un enfoque y modelo constructivista le dio buenos resultados y además logró la armonía de los estudiantes en el aprendizaje matemático.

La experiencia profesional y sus habilidades en el arte de la enseñanza matemática con el uso de materiales didácticos concretos, y actividades sin receta en el cuaderno, es decir; actividades que fueron construidas por el docente, fue el factor que dio la originalidad en la investigación y que tales actividades pedagógicas lograron que su enseñanza fuera motivadora y sobre todo el fomentar y lograr que los estudiantes disfruten estudiar matemáticas.

Reynol León Osorio
Jefe de Enseñanza de Matemáticas
Nivel de Educación Secundaria Técnica

Chiapas, México

¿Para qué sirve la X?

Reconstruyendo la enseñanza de ecuaciones lineales desde la experiencia dual del aula

Introducción

El presente informe de investigación en el campo de la matemática educativa se planteó a partir de la recuperación de hechos propios en mi papel de estudiante de educación secundaria y la confrontación de lo anterior, en mi papel de docente de la asignatura de matemáticas en el nivel de educación secundaria. El interés surgió a partir de las interrogantes: *¿por qué se nos plantea una ecuación lineal? ¿por qué hay que determinar el valor de la variable x? ¿cómo se plantea y resuelve un problema de la vida real en lenguaje algebraico?*, que se han originado a partir de la retrospectiva y los resultados desconcertantes que han obtenido los estudiantes en el tratamiento del tema de patrones y ecuaciones. Dicho trabajo consistió en lograr los siguientes objetivos:

1. Identificar y describir las causas de la falta de consolidación del pensamiento algebraico con estudiantes de primer grado de educación secundaria.
2. Investigar estrategias para lograr que la transición de la aritmética al lenguaje algebraico y se superen las dificultades en el aprendizaje del lenguaje algebraico.
3. Investigar los enfoques actuales de enseñanza de las matemáticas con el fin de corresponder con una práctica docente fundamentada y coherente.
4. Diseñar un plan de clases basado en la teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau, con el fin de proponer un modelo de planeación en la asignatura de matemáticas.
5. Analizar, reflexionar y replantear mi práctica docente a partir de los resultados de la propuesta didáctica.

La investigación tiene coincidencias con el paradigma de investigación cualitativa en la dimensión de investigación acción, descubiertas como elementos metodológicos que me permitieron interpretar, comprender y transformar mi práctica docente por medio de la puesta en escena de acciones concretas que posibilitaron una aproximación acertada de mi acción pedagógica basado en dos sentidos: uno objetivo (la institución, el plan de estudios, programa de estudios, plan anual de trabajo, plan didáctico anual, planes de clases y evaluaciones); y subjetivo (la adecuación a los planes de clases, los resultados de las evaluaciones, las situaciones imprevistas y la concepción de enseñanza de las matemáticas).

Las técnicas e instrumentos que apliqué para la obtención y organización de la información son los siguientes:

1. Una guía de observación participante.
2. Diario de clases.
3. Video grabaciones de la clase.
4. Cuaderno de apuntes.

En el primer capítulo, contexto escolar, se describe las características generales de la infraestructura educativa y atisbos del planteamiento de la problemática imperante en el aprendizaje de las ecuaciones lineales en primer grado de secundaria.

En el capítulo II *¿cómo aprendí las ecuaciones lineales en secundaria?*, realicé un ejercicio retrospectivo acerca de mi experiencia en el aprendizaje de las ecuaciones lineales cuando cursé la educación secundaria y mi prospectiva en la enseñanza de las ecuaciones lineales en el nivel de educación secundaria.

El capítulo III, titulado, para entender el álgebra, se hace una recuperación y estudio del álgebra en sus dimensiones histórica, pedagógica, didáctica e institucional.

La intención del capítulo IV, puesta en práctica de la propuesta didáctica, en este capítulo se describen, analizan y reflexionan los resultados obtenidos de la puesta en práctica de una propuesta didáctica y de actividades integradoras o globalizadoras que se han realizado como academia de matemáticas para reforzar lo visto en el aula.

El capítulo V, reformulación de la propuesta didáctica y socialización al colectivo docente, en esta parte del documento se exponen los logros obtenidos del estudio y su contribución a mi práctica docente y a la academia de la asignatura, así como, su difusión al colectivo docente.

Capítulo 1
Contexto escolar

En este primer capítulo se hace una descripción de las fortalezas de la institución educativa, tales como la infraestructura educativa y el rol que juegan los estudiantes en el estudio de las matemáticas en el centro escolar y mis pretensiones de ir disuadiendo los estigmas de rechazo al estudio de las matemáticas con los grupos escolares de educación secundaria.

Contextualización de la situación

La Escuela Secundaria Técnica Industrial Núm. 80 se fundó en el mes de febrero de 1989 en un terreno donado por la colonia 31 de marzo de la ciudad de San Cristóbal de las Casas; con la finalidad de responder a la exigencia de los vecinos de una escuela que brindará educación secundaria a los habitantes.

Actualmente, la institución educativa cuenta con 21 aulas didácticas, 2 laboratorios de informática, un aula taller de electricidad, un aula taller de turismo, dos laboratorios de ciencias, un almacén, un aula ecológica para la realización de asambleas con padres de familia; así mismo, cuenta con espacio para la dirección, subdirección, dirección administrativa, cubículo de contabilidad, cubículo de la coordinación de tecnologías y un edificio para la coordinación académica, cubículo de prefectura, cubículo de trabajo social, un cubículo para el médico escolar y los sanitarios para mujeres y hombres.

Los espacios deportivos con que cuenta son dos canchas para baloncesto y un campo para practicar futbol soccer. Además, de contar con un domo y templete, para realizar actividades cívico-culturales. El perímetro de la escuela está bardeado con muros de block y la entrada principal provista de un portón.

Al iniciar el curso de matemáticas y esperar con emoción a los estudiantes con quienes conviví durante todo un ciclo escolar, se les planteó una pregunta abierta y que puso en juego hasta mi propia certeza y que a la vez significó un reto para mí, *¿A quiénes les gusta las matemáticas?*, ¡levanten la mano por favor!; fijando la mirada en las manos levantadas y los que aún esperaba que lo levantaran, francamente eran pocos los que tenían un gusto por el estudio de las matemáticas; así que las pocas manos levantadas se tradujeron en un desafío para lograr que los estudiantes disfruten de su curso de matemáticas.

A partir de lo anterior, se puede hacer una primera aproximación interpretativa de que en los estudiantes no hay un gusto generalizado por el estudio de las matemáticas y los que han manifestado su interés por estudiarlo es porque significa para ellos un "estímulo intelectual o porque les gusta algo que esperan hacer bien" (Kline, 1976, p.14).

También cabe mencionar que los estudiantes que se reservaron en levantar la mano, observé su semblante con atención, pude notar cierto temor de lo que viene y su silencio confirma que harían lo que este en su alcance para aprobar la asignatura. Por lo que una tarea importante para superar la desmotivación de los estudiantes, es cambiar de una práctica docente dependiente del libro de texto y del planteamiento de ejercicios preformulados a una práctica docente que intente fomentar el aprendizaje de la matemática de manera lúdica, mediados por materiales o recursos educativos y que paulatinamente convencerán de que el estudio de las matemáticas puede disfrutarse tanto como un partido de balón pie, escuchar música, dibujar y pintar, tocar algún instrumento musical y otras actividades inherentes a la vida cotidiana del estudiante.

De acuerdo con los razonamientos que se han expuesto anteriormente retomé el análisis del uso del libro de texto, como único recurso, para desarrollar el acto pedagógico; ciertamente su contenido está dosificado de acuerdo con el programa de estudios 2011, pero su uso se ha vuelto cotidiano a tal grado que los estudiantes van perdiendo interés y sentido por estudiar matemáticas.

Acercamiento a los sujetos de estudio

El curso de matemáticas I que corresponde al primer grado de educación secundaria en el nivel de secundarias técnicas, para su estudio, de acuerdo con el mapa curricular, corresponde a 5 horas por semana; mismo que se encuentra dosificado en 5 bloques que corresponden a los 5 bimestres en que se divide el curso de la asignatura durante un ciclo escolar. Cada bloque se subdivide en cuatro ejes temáticos, los cuales son: Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico; Forma, Espacio y Medida, Manejo de la Información y Actitud hacia el estudio de las matemáticas. En mis 5 años de servicio como profesor de la asignatura de matemáticas he notado mucha dificultad de aprendizaje del tema de patrones y ecuaciones, por lo que mi estudio se centró en el tratamiento de las ecuaciones lineales como puente de conocimiento para la construcción y afianzamiento del lenguaje algebraico.

Para el abordaje tradicional en la solución de ecuaciones lineales, se sigue empleando el algoritmo tal como se desarrolla en el siguiente ejemplo: 2x + 3 = 15. Está ecuación se soluciona aplicando el procedimiento de transposición de términos tal como se detalla en el desarrollo 2x + 3 - 3 = 15 - 3, el cual consiste en eliminar 3, aplicando la operación inversa en ambos miembros de la ecuación, que para nuestro caso es una resta, con la reducción de términos se tiene: 2x = 12. Ahora bien, se aplica nuevamente el procedimiento de transposición de términos, que consiste en eliminar el coeficiente 2 de la variable x; como el 2 multiplica a x, la operación inversa es la división; por lo tanto, al aplicar el algoritmo se tiene que $\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$. De lo anterior, se obtiene que el valor de x es igual a 6.

Después de las consideraciones anteriores me surgió la inquietud *¿cómo lograr que los estudiantes se apropien de esta abstracción sin conducir la enseñanza tal como se acaba de detallar?* Haciendo una indagación al respecto, hallé que los bloques de Dienes posibilitan la apropiación del algoritmo para solucionar ecuaciones lineales.

Considero importante dar un paseo biográfico. Zoltan Paul Dienes, nació en Hungría. Luego se trasladó a Inglaterra y a partir de allí, decidió trabajar en la difusión de la enseñanza de la matemática mediante el juego. Pronto, emigró a Canadá y allí desarrolló el nuevo campo de estudio de la matemática, que denominó Psicología de Aprendizaje de las Matemáticas.

Una notable creación y que quedó para la posteridad, de Zoltan Paul Dienes, son los bloques que llevan su nombre y que configuró un nuevo campo en la didáctica de las matemáticas, la matemática lúdica; su uso y manipulación en el aula escolar "considera tres etapas del aprendizaje, que permiten al alumno redescubrir el conocimiento al pasar por las etapas objetiva (concreta), figurativa (gráfica) y simbólica (abstracta) del aprendizaje de la matemática" (Méndez, Fernández & Reyes, 1989, p. 52). Con lo anterior, puedo afirmar que los bloques de Dienes posibilitan que los estudiantes transiten de lo concreto a la apropiación del lenguaje abstracto.

Los bloques de Dienes, están compuestos por piezas cuadradas y rectangulares. La adecuación que hice al material, para desarrollar el curso taller con profesores y para desarrollar la sesión de clase con estudiantes de primer grado de educación secundaria. Definí para el caso de las piezas cuadradas, pintarlas de color azul y blanco. Para el caso, de las piezas rectangulares, los pinté de color blanco y rojo. A cada pieza le asigné un valor, tal como se describe en el capítulo 4, apartado sobre *Materiales y recursos didácticos*.

Figura 1. Curso de formación continua.

Fuente:

Mi primer acercamiento con los bloques de Dienes, fue en un proceso formativo que promovía el centro de maestros, en la Ciudad de San Cristóbal de las Casas. Mi función, fue de facilitador del curso "Matemáticas Básicas". La temática que se abordó en dicho curso fue, como sigue: Álgebra, Geometría y trigonometría, Geometría Analítica y Herramientas didácticas.

A partir de que me invitaron a participar, me di a la tarea de enriquecer el programa del curso. Investigué en internet, *¿cómo aprender álgebra de manera lúdica?*, me encontré con la propuesta de Zoltan Paul Dienes. Decidí en ese momento, hacer el bosquejo de mis primeras piezas de madera de los bloques de Dienes.

Luego decidí implementar el uso de los bloques de Dienes en el aula. Me di a la tarea de que un maestro carpintero cortará las piezas y yo asumí la responsabilidad de pintarlos. Como solamente contaba con 10 kits, y al tratarse de grupos numerosos, no logré que se integraran e interesaran en la manipulación de los materiales. Así fue, como surgió la idea, de que los estudiantes elaborarán sus propios materiales, a partir de, plantillas diseñadas a escala, donde la medida de las piezas cuadras es de 1cmx1cm y las piezas rectangulares de 1cmx10cm.

Para que los estudiantes no obtuvieran un material frágil, se les sugirió que pegarán la plantilla en una pieza de cartón, luego colorearlos y, por último, forrarlo con plástico transparente autoadherible. Lo mismo se sugirió para el tablero de trabajo.

En el proceso experimental se plantearon y solucionaron ecuaciones lineales de las formas $x + a = b$, $ax + b = c$ siendo a, b y c números enteros (positivos y negativos).

Capítulo 2
Mi proceso de aprendizaje de las ecuaciones lineales en secundaria

En este capítulo se hizo un análisis retrospectivo de cómo aprendí ecuaciones lineales y una prospectiva de mi papel como docente de matemáticas de educación secundaria.

Mi análisis retrospectivo partió de mis estudios realizados en la Escuela Secundaria Técnica Núm. 9, ubicado en la ciudad de Yajalón, Chiapas; durante el ciclo escolar 1991-1994; significó plantear una diversidad de interrogantes que hasta el momento han surgido en mi acto pedagógico; es un replanteamiento y contrastación surgida de la labor hecha por mis maestros y mi rol como titular de la asignatura de matemáticas en el nivel de educación secundaria.

Los aciertos y dificultades fueron mis acompañantes inseparables en cada una de las sesiones de clases que asistí. Al cursar el primer grado presenté dificultades en el estudio de las matemáticas, un área de conocimiento que me apasiona en mi presente con cierto avance en su estudio y profundización.

Un atributo peculiar de mi profesor, es que en él recaía el protagonismo en el aula; conducía magistralmente la clase con un panorama que impresionaba durante sus explicaciones y elegancia en la resolución de ejercicios matemáticos en el pizarrón mismo que copiábamos sin perder detalle alguno lo escrito por el maestro; para luego pasar al momento de resolver problemas prescritos retomados por el maestro en el libro de texto y así afianzar lo “aprendido” en la clase asegurando a la vez la aprobación de la prueba escrita que nos aplicaban. La dificultad más notoria se presentó en el estudio del álgebra ya que no logré comprender el empleo y sentido de uso de las variables en el planteamiento de problemas matemáticos y por ende su aplicación en la vida real, generando en mí un rechazo en el estudio de las matemáticas.

Sin embargo, mis resultados no fueron del todo halagador, debido que aún con el mínimo esfuerzo reprobé de manera sucesiva la asignatura llegando a la situación de reprobar el ciclo escolar.

El hecho de haber reprobado matemáticas resignificó percatarme que mi esfuerzo quedó lejanamente a lo esperado por mí y mis papás. Surge un interés y sentido de indagar y reconstruir a partir de mi retrospectiva y reflexión sobre mi práctica docente, posibilidades de apropiación del pensamiento algebraico en la educación secundaria, al abordar temas como: proporcionalidad, sucesión de números y figuras, ecuaciones lineales, perímetros y áreas de figuras planas que son los temas más vinculados con el álgebra.

En sentido particular, la problemática subyace, en el desconocimiento de elementos teóricos de los cuales se basan la construcción del currículo oficial; si se contara con todos los aportes que hacen los investigadores en educación matemática, la realidad en el logro de los aprendizajes por parte de los estudiantes se ubicaría en un estado de logro de resultados satisfactorios.

Parte de esta debilidad teórica tiene sus indicios a partir de nuestra propia formación; partiendo de la retrospectiva de mi formación puedo rescatar que con reducidas nociones logré dominar procedimientos aritméticos y algebraicos sin comprender el *¿por qué se nos plantea una expresión algebraica? ¿por qué hay que determinar el valor de la variable x? ¿cómo se plantea y resuelve un problema de la vida real en lenguaje algebraico?* Con el transcurrir del tiempo y la gradualidad en mi formación, se me presentaron multitud de dificultades que en el nivel medio superior no superé. Ya que aún se me seguía planteando ejercicios prescritos copiados de los libros de texto.

Teniendo como premisa lo escrito en el párrafo anterior e intentar responderme las preguntas que surgieron en mí al transitar en las aulas de la escuela secundaria donde estudié y las dificultades que presentaron los estudiantes en la apropiación y afianzamiento del pensamiento algebraico, tal como se presenta en los primeros resultados al abordar el tema de patrones y ecuaciones, me surge la inquietud de llevar al aula, una propuesta didáctica para la enseñanza de las ecuaciones lineales en primer grado de educación secundaria, considerando como andamiaje, los bloques de Dienes, y se concretizó mi interés al plantear la interrogante: *¿cómo realizar un estudio de las ecuaciones lineales con los bloques de Dienes como medio para transitar de la aritmética al lenguaje algebraico con estudiantes de primer grado grupo "D" de la Escuela Secundaria Técnica Industrial Núm. 80, San Cristóbal de las Casas, Chiapas?*. Siendo este, el interés principal que se atendió en el estudio.

Desprendiéndose del mismo las siguientes preguntas secundarias:

¿Cuáles son las causas de la falta de consolidación del pensamiento algebraico?

¿Qué aportaciones teóricas dan soporte al plan de clases y cuál es su funcionalidad en el aula?

¿Qué perspectiva teórica aborda el estudio de la transición de la aritmética al álgebra?

¿Qué elementos se consideran para propiciar la reflexión y comunicación del hallazgo a partir de la práctica docente?

Realicé la investigación considerando ejes articuladores que se identificaron y construyeron a partir del análisis de mi práctica docente; tratando de abordar los elementos que posibilitaron mi accionar en el aula, con el fin de generar, cambios o renovaciones inherentes en mi práctica docente. A continuación, describiré de manera general los aspectos que se abordaron en cada una de las interrogantes planteadas.

En la primera interrogante pretendí identificar las causas de la falta de consolidación del pensamiento algebraico a partir de la realización de una serie de actividades diseñadas por mí mismo, para hacer una contrastación de los resultados obtenidos con lo esperado.

La segunda interrogante tuvo el fin de probar la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau, con la puesta en escena de las fases de abordaje de una situación a-didáctica[1], a partir del diseño de una propuesta didáctica referente al estudio de las ecuaciones lineales con material concreto tangible.

El estudio de la transición, de la aritmética al álgebra, ha sido un tema de estudio por muchos investigadores, se retomarán los aportes de estos bajo la línea de estudio didáctico, e intenté explicar a partir de sus aportes y mis resultados, como se da la transición y que medios posibilitan la internalización de las representaciones simbólicas.

---

1 La Situación A-didáctica es el proceso en el que el docente le plantea al estudiante un problema que asemeje situaciones de la vida real que podrá abordar a través de sus conocimientos previos, que le permitirán generar además, hipótesis y conjeturas que asemejan el trabajo que se realiza en una comunidad científica (Chavarría, 2006, p. 2).

Capítulo 3
Para entender el álgebra

En este capítulo se da cuenta de las investigaciones que se han hecho en torno al álgebra y su enseñanza. Se hace una recuperación y estudio del álgebra en sus dimensiones, histórica, pedagógica, didáctica e institucional.

Dimensión histórica: El desarrollo del álgebra

En este apartado hice una revisión documental, acerca del origen de la palabra álgebra, y haciendo una indagación al respecto hallé una obra interesante de Claudi Alsina "El club de la hipotenusa", en el cual expone de manera breve y clara acerca del origen de la palabra y se le atribuye al matemático árabe Muhammad ibn Müsā al-khwärizmi, mismo que lo expresó con el siguiente vocablo:

Hisäb al-jabr wal-muqäbala

> Lo que traduciendo literalmente, sería «ciencia de la reducción y confrontación» y adaptado libremente, «ciencia de las ecuaciones». Lo bonito es que jabr (insertar, restaurar) era transponer términos en una ecuación (si 2x+7=8 por el jabr podría ser 2x=8-7) y muqäbala (comparar) era reducir términos (de 2x=8-7 a 2x=1)]. (Alsina, 2010, p. 48)

Así es como surgió el nombre de esta importante rama de las matemáticas que ha florecido vertiginosamente y acuñado fundamentos para el surgimiento de otras áreas de conocimiento como son la geometría analítica, la geometría algebraica y el álgebra lineal o matricial, por citar algunos. De la misma obra, llamó mucho mi atención y considero oportuno mencionar y abordar el uso del signo igual "=" y fue Robert Record quien hace uso por primera vez del signo y lo publica por primera vez en el libro "The whetstone of witte".

El florecimiento de las matemáticas se debió en gran medida al comercio y a la agricultura. Se tienen estudios precisos respecto a ello, por lo que en este viaje histórico haré una parada en Mesopotamia,

los pueblos de Mesopotamia son los autores de los textos más antiguos de matemática que conocernos en la actualidad. Se trata de tablillas de arcilla talladas con signos cuneiformes[2] que se empleaban como textos de enseñanza y para contabilidad. Algunas de ellas datan del año 3,300 antes de Cristo. (Sessa, 2014, p. 14)

Con todas las aplicaciones prácticas de las matemáticas que se fueron dando durante el desarrollo de la cultura occidental, este conjunto de símbolos aún no había sido nombrados, hasta que Vieta en su "tratado de la introducción del Arte Analítico, en 1593" (Fernández, 1997, p. 82), establece la unión del álgebra simbólica y la resolución de problemas, convirtiéndose el álgebra en una herramienta muy útil en dicho período.

Posteriormente, se dio la consolidación del álgebra, es decir, que ya era necesario reordenar las ideas y aportes que se habían dado al respecto, unificar criterios y manejar el mismo lenguaje en la solución de problemas, ya Vieta había hecho lo propio y Kieran y Filloy asumen la tarea y lo denominan como el

---

2 Se aplica con frecuencia a la escritura de ciertos pueblos de Asia, caracterizada por sus elementos en forma de cuña, incisos en tablillas de arcilla. Se empleó especialmente entre los pueblos asirio-babilónicos. Conocida desde el milenio III, en principio fue una escritura ideográfica, después silábica y finalmente ya en el siglo XIV, alfabética (La enciclopedia, 2004, p. 4167-4168).

"Sistema Matemático de Signos (SMS), en este caso del álgebra, y que usualmente es conocido como sistema de representación simbólica" (Fernández, 1997, p. 84).

Diofanto, matemático griego cuya contribución fue su gran obra *Arithmetica*, consta de 13 libros, de los cuales se conocen sólo 10. Su aporte al álgebra redundó en el fortalecimiento del simbolismo, "en Diofanto encontramos el primer uso sistemático de los símbolos algebraicos (…) forman la llamada álgebra retórica" (Struik, 2008, p. 84). Prueba de ello, es la dedicatoria que ha sido tomada de su sepulcro, que es una inscripción en forma de ejercicio matemático.

¿Dime cuántos años había vivido Diofanto cuando le llegó la muerte? (Perelman, 1969, pp. 29-30).

Tabla 1.

En la lengua vernácula3	**En el idioma del álgebra**
¡Caminante! Aquí fueron sepultados los restos de Diofanto. Y los números pueden mostrar, ¡oh, milagro! Cuán larga fue su vida,	x
Cuya sexta parte constituyó su hermosa infancia	$\frac{x}{6}$
Había transcurrido además una duodécima parte de su vida, cuando de vello cubrióse su barbilla	$\frac{x}{12}$
Y la séptima parte de su existencia transcurrió en un matrimonio estéril	$\frac{x}{7}$
Pasó un quinquenio más y le hizo dichoso el nacimiento de su precioso primogénito	5
Que entregó su cuerpo, su hermosa existencia, a la tierra, que duró tan sólo la mitad de la de su padre	$\frac{x}{2}$
Y con la profunda pena descendió a la sepultura, habiendo sobrevivido cuatro años al deceso de su hijo	$1) x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4$

Fuente: Jiménez López, 2019

3 Doméstico, nativo, de nuestra casa o país. Dícese especialmente del idioma o lengua propia y natural de uno (La enciclopedia, 2004, p. 15591).

Procedimiento de solución:

Para solucionar este planteamiento es preciso convertir las fracciones en equivalentes:

2) $\frac{2x}{12}+\frac{x}{12}=\frac{3x}{12}=\frac{x}{4}$, en este caso $\frac{x}{6}$ se convierte en doceavos al multiplicar por 2, tanto el numerador como el denominador.

3) $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}=\frac{2x}{4}+\frac{x}{4}=\frac{3}{4}x$, en este planteamiento $\frac{x}{2}$, se convierte en cuartos al multiplicar, tanto el numerador como el denominador por 2.

Lo que queda es sumar $\frac{3x}{4}+\frac{x}{7}$, para este planteamiento si es necesario

determinar el mínimo común múltiplo $\begin{bmatrix} 4 & 7 & 2 \\ 2 & 7 & 2 \\ 1 & 7 & 7 \\ 1 & 1 & \end{bmatrix}$. MCM = 7x2x2=28. Por lo que, la suma, se resuelve como sigue: $\frac{3x}{4}+\frac{x}{7}=\frac{21x+4x}{28}=\frac{25x}{28}$

La ecuación se reduce a: 4) $x=\frac{25x}{28}+9$. Aplicando la transposición de términos se tiene que:

$$x-\frac{25x}{28}=\frac{25x}{28}-\frac{25x}{28}+9$$

$$x-\frac{25x}{28}=9$$

$\frac{28x}{28}-\frac{25x}{28}=9$, el entero se convierte en una fracción equivalente

4) $\frac{3x}{28}=9$

$\frac{3x}{28}=\frac{9}{1}$, Los términos se multiplican cruzado

$$3x=252$$

5) $\frac{3x}{3}=\frac{252}{3}$

6) $x=84$

Interpretación: con el ejercicio resuelto se puede averiguar los datos biográficos de Diofanto. Él se casó a los 21 años, fue padre a los 38 años y murió a los 84 años. Con lo que se puede afirmar que el álgebra crea muchas posibilidades para plantear y resolver problemas imperantes en la vida cotidiana. Lo que he desarrollado, ejemplifica una forma de abordar el estudio de las ecuaciones lineales en el aula.

Las disciplinas matemáticas que se abordan en educación secundaria son: la aritmética, el álgebra, la geometría, estadística, probabilidad y trigonometría. De acuerdo con mis 5 años de experiencia como docente de matemáticas, el estudio del álgebra, que en el plan y programa de estudios 2011, se denomina, sentido numérico y pensamiento algebraico, representan una dificultad de aprendizaje por parte de los estudiantes.

Abundando más al respecto hay obstáculos cognitivos, y se subdividen en dos puntos centrales:

> Obstáculos basados en la secuencia de un tema, en que afirma que la razón para creer en obstáculos surge fundamentalmente del hecho de que ciertos conceptos tienen un grado de complejidad, por lo que es preciso familiarizarse con ellos con un cierto orden. (Tall, 1989, citado por Palarea, 1994, p. 93)
>
> Obstáculos basados sobre casos simples, posiblemente causados por limitar al estudiante a casos simples por un período sustancial de tiempo, antes de pasar a casos más complejos. (Tall, 1989, citado por Palarea, 1994, p. 93)

Lo que Tall aporta es que se debe iniciar el estudio del álgebra a partir de los conceptos más sencillos y paulatinamente elevar su grado de complejidad, sin vararse, en lo sencillo, sino considerarlo como el cimiento de algo que deviene más adelante. El conocimiento de la simbología con material concreto y las reglas de su uso considero que es el inicio para adentrarse al estudio de las ecuaciones lineales. Si el abordaje se hiciera a partir del procedimiento formal para solucionar ecuaciones lineales, como es, la transposición de términos se puede generar de manera inconsciente un obstáculo de orden de ideas y provocar desinterés y frustración en los estudiantes.

En el mismo orden de ideas, otra dificultad de los estudiantes en el aprendizaje del álgebra es “que se les hace difícil dar respuestas legítimas (...) está relacionada con la distinción entre la adición aritmética y la (...) adición algebraica, donde la expresión describe la operación de sumar y el resultado” (Davis, 1975, citado por Palarea, 1994, p. 94).

Por ejemplo: 5+9, expresa la adición aritmética y, x+9, la adición algebraica. Para el caso de la suma 5+9 el resultado es igual a 14. Con respecto a la suma x+9, está denotando el mismo resultado del planteamiento, ya que no es posible sumar la variable más el valor numérico.

Otra dificultad identificada en mi práctica es que, cuando los estudiantes se les presenta una expresión como $5x + 3 = 18$, y empleando el procedimiento de solución, averigua que el valor de x es igual a 3. En el momento que se les menciona que, hay que sustituir el valor de x en la ecuación para comprobar su resultado, obtienen como resultado 53 + 3 = 56. Lo que hay que precisar en estos casos, sobre todo en el paso de comprobación, es que, el 5 se multiplica por el valor de x que es igual a 3. Tal como se detalla a continuación.

$$5x+3=18$$
$$5(3)+3=18$$
$$15+3=18$$
$$18=18$$

Esta dificultad ya ha sido nombrada, se le ha denominado "concatenación[4], esto es la yuxtaposición de dos símbolos" (Herscovics, 1989, citado por Palarea, 1994, p. 94).

Dimensión pedagógica: Una mirada a la teoría de situaciones didácticas.

Con la finalidad de acercarme a los aportes de Guy Brousseau consideré imprescindible traer a cuenta sus ideas y horizontes para conocerlos más de cerca y de manera precisa, porque conozco de manera limitada sus aportes y fue que me surgió la idea de un encuentro imaginario con él a manera de plantearle cuestiones que me interesan conocer. La entrevista se desarrolló como se indica:

Eleazar: Recibe un afectuoso saludo. Se que es una persona ocupada y agradecerle de antemano que haya aceptado la entrevista, lo he concertado con la finalidad de conocerlo y aprender más de usted. Para iniciar, le plantearé la siguiente pregunta:

Eleazar: ¿Quién es Guy Brousseau?

Guy Brousseau: Yo nací el 04 de febrero de 1933, en Taza, Marruecos, soy hijo de un soldado francés.

Eleazar: ¿Cuáles fueron los hechos que marcaron tu vida para construir tu teoría?

En 1953, comencé a dar clases en Enseñanza Fundamental en una aldea de la región de Lot et Garonne. En la única sala de clase de la escuela local yo enseñaba

4 Acción y efecto de concatenar. Concatenar significa concadenar. Concadenar significa unir o enlazar unas cosas con otras (La enciclopedia, 2004, p. 3607).

a niños de entre 5 y 14 años. En el mismo año, me casé con Nadine Labeque, quien se convirtió en mi compañera de trabajo. A finales de los años 1960, después de formarme en Matemática, comencé a dictar clases en la universidad de Burdeos, donde fui director del Laboratorio de Didáctica de las Ciencias y de las Tecnologías y profesor emérito. En 1991 ocupé el cargo de profesor del instituto Normal Superior local. Recibí el título de Doctor Honoris Causa de las universidades de Montreal (Canadá), Ginebra (Suiza), Córdoba (Argentina), Palermo (Italia) y de Chipre. Mis estudios tienen gran influencia en los parámetros de la educación pública francesa. Tanto que, en el 2003, fui el primer ganador del premio Félix Klein del Comité Internacional de Enseñanza de la Matemática (Uruguay Educa, 1999).

Eleazar: ¿Cómo surgió tu teoría?

Guy Brousseau: Puedo comentarte que mis primeros estudios los inicié en el año de 1970 tras publicar un artículo en el cual di a conocer los primeros resultados de mis reflexiones sobre el aprendizaje y enseñanza de la matemática (Brousseau, 2007, p. 7).

Sin embargo, fue en el año de 1972, cuando fundé el Centro para la Observación e Investigación en Enseñanza de la Matemática (COREM); auspiciado por el Instituto de Investigación en Enseñanza de la Matemática (IREM) de la Universidad de Bordeaux.

Dicho centro de investigación lo conformaba un centro escolar público, y es la escuela Jules Michelet de Talance, mi objeto de estudio y mis colaboradores investigadores, docentes y estudiantes de la misma Universidad que tenían interés especial por crear conocimiento en el campo de la didáctica de las matemáticas. Fue a partir de observar la interrelación entre el alumno, el docente y el medio didáctico; que logré junto con mis colaboradores construir la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 2007, p. 7).

Hoy día considero que sigue vigente y es a partir de lo que construí que se siguen generando propuestas de medios y que han revolucionado la enseñanza de la matemática en el nivel de educación básica.

Eleazar: Bien. Yo empecé a estudiar tu teoría en el año 2012, cuando culminaron mis estudios en la Escuela Normal Superior de Chiapas, con formación docente en matemáticas para nivel secundaria y surgió en el momento de diseñar y elaborar mi documento recepcional la idea de revisar tu aporte.

Me enfrenté en ese entonces a la escasa lectura en español que había en relación con tu teoría; logré adecuar mis planes de clases de acuerdo a la tipología de las situaciones didácticas que propones. Mi interés por comprender y llevar al escenario la teoría sigue siendo desafiante para mí, ya que paulatinamente he ido construyendo los medios para propiciar un proceso de enseñanza a partir de lo concreto y lo abstracto y a la validación e institucionalización socializada de los saberes matemáticos.

Es por ello, que me surge la idea de realizar un segundo trabajo de esta naturaleza a partir del autodiagnóstico y autocuestionamiento de mi quehacer docente, con la finalidad de llevar la teoría a la práctica en un contexto realmente distinto del lugar donde se originó.

Eleazar: ¿Qué es la Teoría de Situaciones Didácticas?

Guy Brousseau: Es una construcción que permite comprender las interacciones sociales entre alumnos, docentes y saberes matemáticos que se dan en una clase y condicionan lo que los alumnos aprenden y cómo lo aprenden (Brousseau, 2007, p. 18).

Eleazar: Entonces de acuerdo con la definición se privilegia la interrelación dialógica entre los estudiantes, el docente y los saberes matemáticos que se dan en el proceso didáctico y los logros de este proceso intercomunicativo.

Eleazar: Te agradezco mucho que hayas aceptado la invitación. Ha sido una entrevista muy interesante y he aprendido mucho de ti.

Guy Brousseau: Es una actividad que me gusta y lo hago con mucho gusto.

La conversación que sostuve con Guy Brousseau permitió esclarecer muchas de mis dudas. De manera fructuosa, el diálogo con el constructor de la Teoría de Situaciones Didácticas precisó mucho, de cómo germinó la idea de su teoría y cómo lo definió. El reto para mí, es llevarlo a la práctica. Estoy consciente, que debo realizar varios ensayos hasta que sea cotidiano en mi práctica docente. En este trabajo se desarrolló una propuesta didáctica que tiene pinceladas de la aportación de Guy Brousseau y que se instala para que sea cuestionado por los lectores.

Dimensión didáctica: patrones y ecuaciones.

En este apartado se revisarán los conceptos y procedimientos de solución formal y gráfica de las ecuaciones lineales.

¿Qué es el álgebra?

El álgebra, es el lenguaje sistematizado que permite operar con números y letras para solucionar problemas planteados como retos matemáticos y de la vida real. Su dominio asegura la apropiación del lenguaje de la geometría, trigonometría y matemáticas superiores. Otra definición es que "el álgebra es un instrumento al servicio del trabajo matemático; el álgebra es, en primer lugar, el instrumento algebraico" (Gascón, 1999, p. 79).

¿Qué es una ecuación?

Una ecuación es una representación algebraica que se encuentra en equilibrio. En nuestro caso se trata de una sola variable de grado 1. Al operar con los términos de cada miembro, hay que tener presente que la condición, es mantenerla en equilibrio. Significa entonces que si un término del miembro izquierdo este sumando, este valor se tiene que eliminar con el opuesto en ambos lados de la ecuación. O en su caso, si está multiplicando, este valor se elimina dividiendo en ambos miembros de la ecuación. Ahora veamos otras definiciones del término matemático.

> Una ecuación es una igualdad; en ella participan cantidades conocidas y desconocidas, así como operaciones que las relacionan (...).
>
> Las ecuaciones se encuentran formadas por dos partes fundamentales, que reciben su nombre de acuerdo con la posición que ocupan en la ecuación; el primer y segundo miembros se encuentran a la izquierda y derecha del símbolo igual, respectivamente. (Hidalgo & Castillo, 2012, p. 61)

Los autores de este apartado, cuando se refieren a las cantidades conocidas se refieren a los valores numéricos enteros (positivos y negativos) y a los números racionales; y los valores desconocidos, como las variables, que, en nuestro caso, puede ser la x.

La ecuación está compuesta por dos miembros. Los términos del miembro izquierdo y derecho. Por sentido práctico se prefiere ubicar los términos con la variable en el miembro izquierdo y los valores numéricos en el miembro derecho. Además, si en el cálculo resulta que la variable tiene signo negativo, mediante un artificio de multiplicar por (-1) se resuelve la situación. Otra definición es que “una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas. Las expresiones de cada lado de la igualdad se llaman miembros de la ecuación” (De Oteyza et al., 2007, p. 111).

En este segundo punto de vista, los autores traen a cuenta, el concepto de expresiones algebraicas, que puede entenderse como la traducción que se realiza del lenguaje natural al lenguaje algebraico, los cuales se expresan en términos algebraicos y sus operaciones.

¿Cuáles son los procedimientos de solución de las ecuaciones lineales?

A continuación, se detallará el procedimiento formal “transposición de términos” y gráfica analítica para solucionar ecuaciones lineales.

La ecuación por resolver es la siguiente: $4x + 5 = 21$

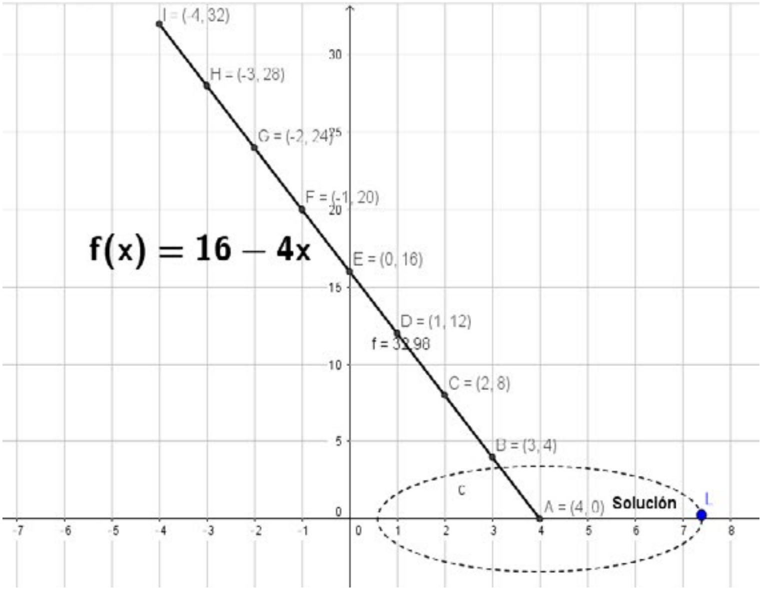
Procedimiento formal	Explicación
$4x+5=21$ $4x+5-5=21-5$ $4x=16$ $\frac{4x}{4}=\frac{16}{4}$ $x=4$	Para resolver la ecuación es necesario eliminar el cinco, aplicando la operación inversa de la suma. Se resta 5 en ambos miembros de la ecuación. El 4 multiplica a la variable x; por lo tanto, al aplicar la operación inversa, se divide entre 4, a ambos miembros de la ecuación. Finalmente se halla el valor de $x = 4$.

Procedimiento gráfico: $f(x)$=16-4x

f(x)	16-4x
4	16-4(4)=16-16=0
3	16-4(3)=16-12=4
2	16-4(2)=16-8=8
1	16-4(1)=16-4=12
0	16-4(0)=16-0=16
-1	16-4(-1)=16+4=20
-2	16-4(-2)=16+8=24
-3	16-4(-3)=16+12=28
-4	16-4(-4)=16+16=32

Con los datos obtenidos de la tabla, ya es posible trazar la gráfica de la función, y se puede apreciar que la solución de la ecuación concuerda con la intersección de la recta con el eje x.

Figura 2.



Fuente: Jiménez López, 2019

Estudios recientes. Las sucesiones como puente de conocimiento para el tránsito de la aritmética al álgebra.

Una de las investigaciones realizadas y que sirven como antecedente a mi estudio es un artículo relacionado al “modelo de la balanza” y en el cual se señala como principal dificultad para operar con los símbolos matemáticos que entran en juego en el planteamiento y solución de ecuaciones lineales; es el procedimiento de “transposición de términos mismo que se sustentó al aplicar la regla de operaciones inversas” (Mendoza, 2000) y esta dificultad se debe a que el docente enseña de manera formal dejando a un lado el contexto del estudiante, que al considerarlo, se estaría logrando que los estudiantes construyan significados propios de la resolución de ecuaciones lineales.

Una alternativa para resolver ecuaciones lineales es llevando a la práctica el modelo de la balanza; mismo que puede representarse físicamente considerando un tablero dividido en dos partes iguales y usando fichas blancas sobre el tablero para representar valores numéricos y fichas negras para representar las incógnitas. El modelo intencionado define el puente o andamiaje, para transitar del modelo concreto al sistema de símbolos escritos.

La falta de significado de los símbolos para los estudiantes, inciden negativamente en el proceso de apropiación de los saberes matemáticos en lenguaje algebraico. Otro estudio, fue el realizado por un equipo de investigadores, con un grupo de estudiantes que cursaban el primer grado de educación secundaria en la escuela José Emilio Grajales ubicado en la ciudad de Chiapa de Corzo.

Los investigadores llevaron a la práctica una secuencia didáctica, abordando el eje temático: Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico del tema: Patrones y ecuaciones. El medio didáctico que emplearon para esta secuencia didáctica fue el planteamiento de varias actividades de sucesiones de números y de figuras geométricas a partir de una regla dada.

La metodología empleada por los investigadores fue la Ingeniería didáctica. Parafraseando parte de lo expuesto en su trabajo entiendo que es una forma de proceder para realizar el análisis didáctico de una propuesta mismo que se desarrolla en 5 fases: Análisis preliminar, diseño de la secuencia, análisis a priori, puesta en escena, análisis a posteriori y validación.

Los investigadores concluyeron que:

> los alumnos se les facilita este transito mediante la construcción de figuras geométricas y tablas con patrones numéricos. El grupo de alumnos que participó en la puesta en escena de la secuencia didáctica fue capaz de entender el proceso que necesitaba realizar, con lo cual se facilita el tránsito entre lo aritmético a lo algebraico. (Pérez Trujillo et al., 2013, p. 870).

Dimensión institucional: Currículum explicito.

El referente institucional para el diseño de los medios didácticos en el estudio de las matemáticas escolares en el nivel de educación secundaria es el programa de estudios 2011 vigente. Dicho referente organizativo ofrece las pautas para diseñar las situaciones didácticas que permite el desarrollo de cada una de las sesiones intencionadas en el estudio de las matemáticas.

Considero importante recalcar que esta investigación que se emprendió está contemplada dentro de los referentes curriculares, prueba de ello, es que los planes de clases que se han diseñado se encaminan al logro de uno de los propósitos del estudio de las matemáticas para la educación secundaria que dice: “Modelan y resuelven problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta el segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones” (SEP, 2011, p.14).

Así mismo, para su abordaje en el escenario pedagógico se ha organizado en cuatro ejes temáticos: Sentido numérico y pensamiento algebraico, Forma, espacio y medida, Manejo de la información y actitud hacia el estudio de las matemáticas. En este caso, el objeto de estudio está vinculada al eje temático: Sentido numérico y pensamiento algebraico mismo que se subdivide en cuatro temas: Números y sistemas de numeración, problemas aditivos, problemas multiplicativos y patrones y ecuaciones, este último, es el que se ha focalizado para reconstruir y rediseñar la propuesta para su estudio en primer grado de educación secundaria.

Justo antes de iniciar mis estudios de Licenciatura en Educación Secundaria en la especialidad de matemáticas en la Escuela Normal Superior de Chiapas y mi estudio de Maestría en Docencia en el Instituto de Estudios de Posgrado de la Secretaría de Educación del Estado de Chiapas; me ha inquietado conocer a profundidad los paradigmas de investigación que abren horizontes en el contexto académico y educativo, precisamente porque en textos revisados se menciona mucho el término, inclusive en el programa de estudios de la disciplina, teorización a partir de la práctica, y eso se refiere a la generación de conocimiento, lo cual es bastante inquietante para mí. Citando a Carlos Rincón Ramírez, la investigación educativa tuvo su apogeo gracias a las aportaciones de diversas ciencias, que crearon el soporte teórico para delinear sus aplicaciones teóricas metodológicos para explicar los fenómenos educativos como fenómenos sociales al ser considerada como ciencia social. Por lo que resulta relevante valorar como parte de la premisa a mi investigación los paradigmas de investigación educativa que en principio:

> (...) podemos identificar dos grandes paradigmas en la investigación educativa: uno macrosociológico y otro microsociológico. Mismos que a su vez, pueden clasificarse en cuantitativos y cualitativos.
>
> Los paradigmas macrosociales abordan los problemas educativos desde un punto de vista general. Sus aportaciones y resultados permiten hacer inferencias para toda la sociedad o para un número social amplio.
>
> Algunos de los métodos utilizados en el contexto de este paradigma son: histórico, comparativo, diagnóstico...]
>
> Los paradigmas microsociales, se caracterizan porque su margen de acción está limitado a espacios muy reducidos como por ejemplo la comunidad, escuela, aula.
>
> Algunos métodos que se emplean en este paradigma son: etnografía, estudio de caso, investigación-acción, investigación militante, historias de vida. (Rincón, 2005, p. 55)

A partir de las precisiones anteriores, puedo delinear que el ámbito de investigación me ha llamado la atención precisamente porque me ha permitido hacer un autodiagnóstico o una autocuestionamiento de mi propia acción pedagógica al tener la intención de responderme los siguientes cuestionamientos: *¿cómo estoy? ¿qué estoy haciendo? ¿estoy logrando el aprendizaje en los estudiantes?*, etc.; es la investigación acción la que permite establecer los puentes para realizar una autorreflexión crítica de mi práctica docente.

La práctica docente reflexionada va dirigida a cambiar ritos y rutinas escolares que influyen notablemente en que los resultados no sean siempre los mismos y se visualice el esfuerzo del docente en esa realidad. Por lo anterior, se "señala que es una forma democrática, cooperativa, transparente y eficaz de investigar y de intervenir en la vida del día a día en las aulas. Es concebir el aula como laboratorio" (Contreras, 1995, citado por Abero et al., 2015, p. 134).

Ciertamente si se adopta el rol de docente investigador posibilita que emerjan propuestas didácticas significativas construidas a partir y desde la práctica docente, permitiendo así la contrastación de la realidad escolar con estudios ulteriores que dan cuenta de un bagaje teórico de una realidad universal.

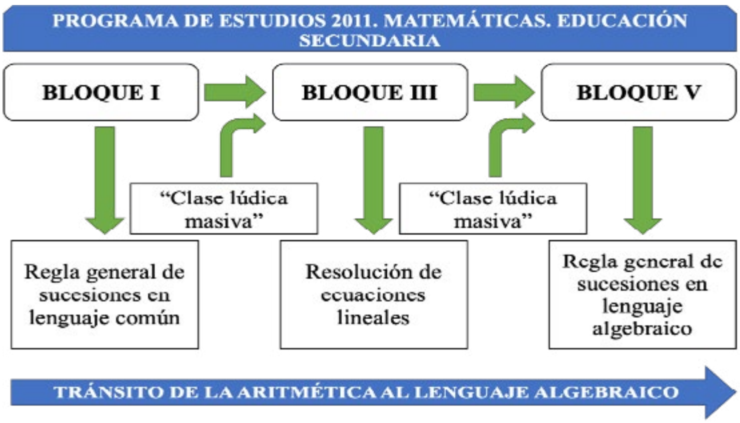
La investigación acción se conceptualiza también como una "metodología para el estudio de la realidad social" (Colmenares, 2008, p.102), entendiéndose que el contexto educativo es un escenario en donde convergen prácticas sociales como la interacción de los sujetos que de manera intencionada procuran construir oportunidades para deconstruir, construir y reconstruir saberes que son producto de nuestra realidad sociohistórica.

Sin embargo, es importante tomar en cuenta que la investigación-acción enfatiza en tres modelos de aplicación: el técnico, el práctico y el crítico emancipador. Mi investigación lo ubico en el modelo práctico ya que el interés por investigar las dificultades que se presentan en mi quehacer docente surgió de mí, he sido yo el que ha vivido el proceso de reconstrucción de mi realidad; indagar respuestas de mi propia práctica, reflexionar sobre las experiencias de aprendizaje de los estudiantes y averiguar desde el punto de vista axiológico una mejor manera de conducir y brindar un acompañamiento sin entorpecer y actuar como agentes de prácticas autoritarias, enajenantes y reproductores de normas culturales dominantes.

Además, de ser partícipe del proceso investigativo y de transformar la realidad escolar; también me transformó como persona y profesional de la educación que brinda el acompañamiento a los estudiantes hacia el umbral de seres pensantes; por lo que en este modelo "la investigación acción se presenta en este caso, no sólo como un método de investigación, sino como una herramienta epistémica orientada hacia el cambio educativo" (Colmenares & Piñero, 2008, p.104).

Las intencionalidades didácticas que se plantean para el afianzamiento del lenguaje algebraico se ubican en el eje temático "Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico" cuyo tema de abordaje es "Patrones y ecuaciones" mismo que se encuentra contemplado en el primero, tercero y quinto bloque del programa de estudios 2011 de la asignatura de matemáticas de educación secundaria; planteándose la secuencia, gradualidad y profundidad en su estudio, tal como se presenta en el siguiente esquema:

Figura 3.



Fuente: Jiménez López, 2019

Los contenidos e intencionalidades didácticas se encuentran planteados y plasmados en los planes de clases respectivos. El desarrollo metodológico consistirá en un primer momento, llevar a la práctica el escenario planeado, recopilar información y llevar a cabo una evaluación de lo logrado.

El proceso de investigación acción concebida por Lewin y luego enriquecido por Kolb, Carr, Kemmis y otros. "La investigación acción se desarrolla siguiendo un modelo en espiral en ciclos sucesivos que incluyen diagnóstico, planificación, acción, observación y reflexión-evaluación" (Bausela, s.f., p. 5). Lo que se ha mencionado con anterioridad se representa en el siguiente esquema compartido por Carr y Kemmis.

Figura 4.

Fuente: Latorre (2005, p. 32).

Etapa 1: Planificar.

Para dar este paso, es indispensable tener presente los primeros indicios de la problemática que persiste en el aula, para así poder tener los elementos que deberá considerarse para llevar a cabo una investigación de esta naturaleza. Por ello, se construye objetivamente el plan de clase siguiendo cada uno de los momentos didácticos. La manera como se abordó parte de un planteamiento abstracto, seguido del uso de material concreto, para traducir eso que en un principio se desconocía en una situación más apropiada para los estudiantes como son las monedas y los bloques de Dienes; una vez que se logró la apropiación y uso del lenguaje concreto, procedí a establecer la relación con el lenguaje formal.

Etapa 2: Actuar.

Durante esta fase, se llevó a la acción, las estrategias didácticas previamente planeadas y una vez definidos los instrumentos de investigación, que para mi caso me auxilié de: una guía de observación, el diario de clases, grabaciones de video y análisis de los cuadernos a través de los cuales se recopiló la información.

Etapa 3: Observar.

En este apartado se realizó una observación participativa.

Etapa 4: Reflexionar.

En esta etapa se realizó la descripción, explicación e interpretación de lo sucedido en el escenario didáctico; así como también la revisión del avance de los logros y limitaciones que se suscitaron durante el proceso de investigación. Así mismo, en esta etapa llevé a cabo el análisis comparativo entre lo que estaba planeado y lo que sucedió realmente en el aula para pasar al proceso de análisis de las evidencias.

Capítulo 4
Puesta en práctica de la propuesta didáctica

La propuesta de plan de clase que se ha diseñado es una adaptación al programa de estudios 2011 de la asignatura de matemáticas y a los planes de clases diseñados por la SEP.

Plan de trabajo. Dosificación y plan de clase.

La primera etapa, la de planificación, es el planteamiento del escenario de acción pedagógica de acuerdo con los elementos teóricos metodológicos que posee el docente.

La pauta de la planificación se da en el momento que finaliza un ciclo escolar y se concreta al hacer entrega a la coordinación académica de la propuesta de trabajo para el siguiente ciclo escolar. Los documentos que se entregan son: Plan anual de trabajo, plan didáctico anual, planes de clase correspondientes al primer bimestre y la batería de prueba de evaluación diagnóstica.

En el plan anual de trabajo se desglosan los propósitos, el cronograma de actividades, recursos y materiales didácticos que se emplearan en el estudio de las matemáticas, y se definen los criterios de evaluación, acreditación y las expectativas de trabajo.

En lo que respecta al plan didáctico anual se presenta la dosificación de los temas, contenidos, aprendizaje esperado y competencias a desarrollar en el estudio de cada uno de los cinco bimestres; todos estos elementos son retomados del programa de estudios vigente 2011 de la asignatura de matemáticas.

Para cada tema y contenido se desarrolla un plan de clases cuya temporalidad comprende, de 5 a 10 sesiones. Los planes de clases están diseñados con los elementos de la Teoría de Situaciones Didácticas propuesto por Guy Brousseau. El propone una "tipología de situaciones didácticas, que cada uno tiende a una situación a-didáctica" (Chavarría, 2006), es decir, consiste en que se propone desafíos a los alumnos, mismos que les permitirá construir su propio conocimiento.

Las 4 tipologías que se consideran en los planes de clase son:

1. La situación de acción.
2. La situación de formulación.
3. La situación de validación.
4. La situación de institucionalización.

Como caso particular, se considera como un elemento importante de los momentos didácticos, la evaluación, como un agregado y complemento de la etapa de concretización de los aprendizajes, que es la formalización; aclarando que la formalización tiene sus indicios y preámbulo en la etapa de institucionalización.

Los planes de clases se pueden considerar como el primer medio didáctico diseñado por el docente seguido de los materiales didácticos, las fichas de trabajo para los estudiantes, la organización del grupo y el entorno virtual (blog de la asignatura) que coadyuva como un repositorio de las evaluaciones, fichas de trabajo y proyectos integradores que corresponden a cada bimestre y que los estudiantes tienen a su disposición.

La etapa de acción es la puesta en práctica del plan de clase (hipótesis de trabajo).

La situación de formulación consiste en un trabajo en grupo, donde se requiere la comunicación de los estudiantes y compartan experiencias en la construcción del conocimiento. Por lo que en este proceso es importante el control de la comunicación de las ideas.

La situación de validación, donde, una vez que los estudiantes han interactuado de forma individual o de forma grupal con el medio didáctico, se pone a juicio de un interlocutor el producto obtenido de esta interacción. Es decir, se valida lo que se ha trabajado, se discute con el docente acerca del trabajo realizado para cerciorar si han transitado por el sendero de la solución conocida o se ideó otro camino.

La situación de institucionalización representa una actividad de suma importancia en el cierre de una situación didáctica. En ésta los estudiantes ya han construido su conocimiento y el docente asume la labor de retroalimentación y en este punto retoma lo efectuado hasta el momento y lo formaliza, aporta observaciones y clarifica conceptos.

Parte de las acciones concretas que llevé a cabo en el centro escolar estuvo encaminado a la realización de actividades denominadas "clases lúdicas masivas" que trataba de un proyecto de la academia de matemáticas de la Escuela Secundaria Técnica Industrial Núm. 80, cuyo sentido era desarrollar el pensamiento y razonamiento matemático sin deslindarse de la propuesta curricular oficial.

Mis logros del proceso metodológico y de autorreflexión va en el sentido de ampliar y mejorar las acciones concernientes a futuras intervenciones con grupos escolares, plantear mejoras propias a lo que acontece en el aula, con este primer acercamiento al campo de la investigación matemática sea un aliciente para la búsqueda intencionada encaminada a la identificación y resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas en distintos contextos, asumir mi propia forma de vida, concepción del mundo y mi práctica social.

Materiales y recursos didácticos.

Los materiales didácticos, entendiéndose que son los medios que dispuse para llevar a cabo mi intención didáctica, son los "bloques de Dienes" que se caracterizan por piezas cubicas de madera de 1cm x 1cm x 1cm y barras de madera de 10 cm x 1cm x 1cm. Sin embargo, para facilitar el proceso para los estudiantes se diseñó dos plantillas de los "bloques de Dienes", una plantilla coloreada y otra plantilla sin colorear; los cuadrados de 1cmx1cm se colorearon de color azul y los rectángulos de 10cmx1cm se colorearon de color rojo; así como el tablero de trabajo que consiste en una pieza rectangular cuadriculada de 1cmx1cm y está misma pieza se divide a la mitad por una recta perpendicular y como fondo está la representación de una balanza.

Para elaborar los materiales ocupé foamy de color rojo, blanco y negro; silicón frio, papel cascarón y armellas. La dimensión de las piezas está en relación con la siguiente escala 1cm: 2.5 cm.

Por las consideraciones anteriores, se diseñó un cartel previamente en el cual se indicó el valor de las piezas. La pieza cuadrada de color azul se le atribuyó un valor igual a **1** y para la pieza cuadrada de color blanco un valor igual a **-1**; la barra roja se le asignó un valor igual a **X** y para la barra blanca un valor igual a **–X**.

Para el caso del tratamiento didáctico de los ejercicios de sucesión se propuso el uso de monedas de **50** , que reuní con el apoyo de los alumnos, familiares y amigos, ya que son monedas no tan fáciles de conseguir, precisamente porque su uso como medio de intercambio de valor no es generalizado y la población se ha estigmatizado que las monedas nuevas de **50** no tiene valor de cambio.

Blog de la asignatura

Durante los ciclos escolares 2015-2016 y 2016-2017 tuve la idea de emplear las TIC´S como mediador en el proceso de construcción del pensamiento matemático a partir del diseño de un blog en *wordpress* con la finalidad de poner a disposición de los estudiantes, Objetos Virtuales de Aprendizaje, como son las evaluaciones propias de cada uno de los temas abordados en el aula. El *blog* en la actualidad es un recurso potente y gratuito que se puede crear a partir de una cuenta de correo en *gmail* como primer requisito y tener claro la finalidad educativa que tendrá el *blog*. La bondad de *wordpress* es que permite subir objetos de aprendizaje, enlazar videos subidos de un canal propio de *you tube* y ubicar enlaces previamente explorados y que son de interés para los estudiantes. El enlace del *blog* es *http://matedivertidas.wordpress.com*.

El blog está constituido de una propuesta de proyecto integrador al final de cada bimestre en el cual se plantea un desafío matemático a los estudiantes. Los proyectos integradores están diseñados a partir de un potente recurso que acercará al educando al uso de las TIC en el estudio de las matemáticas, y me refiero a la *WebQuest* mismo que se define como “un modelo para el desarrollo de actividades escolares, que apuesta al aprendizaje basado en la investigación y el descubrimiento, utilizando información almacenada en la web” (Educarchile, 2018).

Con referencia a lo anterior, el diseño de las Webquest se ha incluido como medio didáctico digital que posibilita el uso de los equipos móviles de los estudiantes fuera del aula como recursos didácticos propios extraescolares.

Esta estrategia permite romper con la relación tradicional del estudiante con el profesor, ya que es un medio atractivo e innovador para el estudiante mismo que le permitirá avanzar a su propio ritmo y que está atinado a su propio lenguaje ya que como dice Prensky son considerados como nativos digitales; además, el autor asevera que:

> Se plantea un problema, una ruptura, un desface, una brecha digital y generacional que no puede ser ignorada ni aceptada sin propósito firme de cambio para intentar paliarla o solventarla: los Inmigrantes Digitales que se dedican a la enseñanza están empleando una "lengua" obsoleta (la propia de la edad pre-digital) para instruir a una generación que controla perfectamente dicha "lengua". Y esto es sobradamente conocido por los Nativos Digitales, quienes a menudo tienen la sensación de que a las aulas ha llegado, para instruirles, un nutrido contingente de extranjeros que hablan idiomas desconocidos, extranjeros con muy buena voluntad, sí, pero ininteligibles. (Prensky, 2010, p.12)

Ante la situación planteada he reflexionado sobre mí quehacer docente, y para no quedar desfasado del lenguaje propio de los Nativos Digitales he asumido la tarea de diseñar situaciones de aprendizaje que provoquen experiencias de aprendizaje significativas y duraderas en los estudiantes manteniendo como premisa la intencionalidad didáctica de provocar el interés y motivación de los estudiantes por aprender matemáticas.

En el aspecto de la evaluación se empleó la resolución de problemas por medio de una examinación individual y en lo que respecta al proyecto integrador se ha diseñado una rúbrica de desempeño como instrumento de evaluación considerando los siguientes elementos de la definición que se cita a continuación:

> Una rúbrica es el instrumento que define las características que debe tener todo aquello que utilizaremos para evaluar. En ella se describe claramente lo que observara el docente para llevar a cabo esa evaluación. La rúbrica puede ser holística, es decir general o analítica, es decir descriptiva, con los detalles sobre los cuales se evaluará cada punto, o inclusive cada respuesta. (Frade, 2018, pp. 19-26)

El instrumento me permitió obtener información confiable acerca del desempeño de los estudiantes y tomar decisiones concernientes para mejorar o encaminar otra estrategia que me posibilitará obtener mejores resultados e iniciar nuevamente el espiral de planeación, aplicación, observación y reelaboración de mis supuestos en el escenario del acto pedagógico.

Actividades de desarrollo de la clase

El plan de clase se diseñó considerando los siguientes datos descriptivos: Curso, turno, fecha de aplicación, grado, grupo, bimestre y número de sesiones.

Entre los descriptores del plan de clase se indican que corresponden al bloque 3 del eje temático sentido numérico y pensamiento algebraico y tema de patrones y ecuaciones.

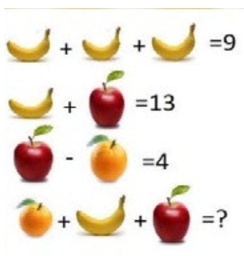
El contenido que se abordó fue la resolución de problemas que impliquen el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado de la forma $x+a=b$, $ax=b$, $ax+b=c$, utilizando las propiedades de la igualdad, con a, b y c números naturales, números reales, decimales o fraccionarios.

El aprendizaje esperado es que el estudiante resuelva problemas que impliquen el uso de ecuaciones de las formas: $x+a=b$, $ax=b$, $ax+b=c$ donde a, b y c números naturales, decimales o fraccionarios.

Las competencias matemáticas que se pretendieron lograr, es que los estudiantes resuelvan problemas de manera autónoma, comuniquen información matemática, validen procedimientos y resultados y manejen técnicas eficientemente.

Como un acercamiento a la determinación de valores que se desconocen se les planteó en siguiente ejercicio que consistió en que determinarán el valor de cada fruta. El resultado del planteamiento es igual a 19. La idea es explorar como resolvieron los estudiantes el ejercicio.

Figura 5.



Fuente: elaboración propia.

El planteamiento inicialmente consistió en que lo resolvieran con sus propios métodos y ya posteriormente darían cuenta de sus soluciones. Sugiriéndoles que tenían que dibujar la figura en su cuaderno de notas.

Figura 6.

Fuente: libreta de Ana Cristina Gómez López (2017).

Figura 7.

Fuente: libreta de Diana Carolina Martínez Jiménez (2017).

En lo general, el grupo resolvió el ejercicio, para los casos que se aproximaron, solamente entregaron la actividad sin hacer explícito el resultado. Llegado el momento de la evaluación de la actividad y al plantearles interrogantes que guiaron el proceso, se logró que los estudiantes que aún tenían dudas las atendieran y permitió que con la aportación de todos se llegará al resultado de dicho planteamiento.

Eleazar: ¿Cuál es la idea del primer ejercicio?

Estudiantes.: Hallar el valor de cada fruta.

Eleazar: ¿Tienen el valor de cada fruta?

Estudiantes: Siii.

Estudiantes: 3+3+3=9

Eleazar: ¿Podemos hallar a partir del valor del guineo el valor de la manzana?

Eleazar: Ahora la tercera operación. El valor de la manzana menos el valor de la naranja.

Estudiantes: 6.

Eleazar: Al sumar el valor de las frutas tenemos que es igual a.

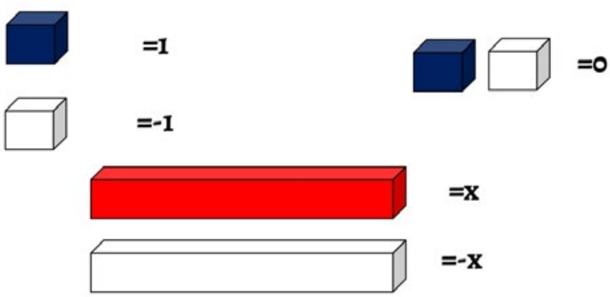
Estudiantes: 19.

En el fragmento del diario de clases se puede interpretar que los estudiantes, al solucionar el ejercicio por su propio método permitió que aportaran sus logros al grupo para conjuntar su hallazgo y juntos autovalidar su resultado. Mi tarea fue recrear el proceso sin validar el resultado, encaminándolos a que llegarán por sí mismos a la solución.

Luego procedí a revisar y registrar el cumplimiento de los materiales que se les había solicitado con mucha anticipación, tales como: el tablero de trabajo y las piezas recortadas (cuadritos azules, cuadritos blancos, barras rojas y barras blancas). En ese momento 13 estudiantes de un total de 42 no cumplieron con el material; sin embargo, se les comunicó que de alguna manera lo tenían que hacer ya que en la siguiente sesión sería evaluada nuevamente.

Posteriormente les compartí el valor de las piezas, tal como se detalla a continuación:

Figura 8.

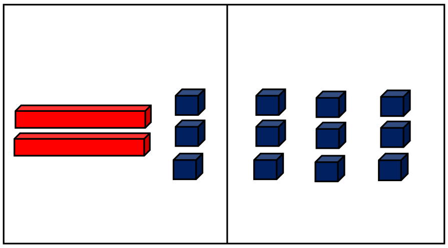


Fuente: Jiménez López, 2019.

Se procedió a realizar operaciones con las piezas, la actividad se denominó “Tengo y debo”. Tengo, es igual a un valor positivo, y debo, es igual a un valor negativo. Tanto con las piezas cuadradas y barras. En lo general, participaron animadamente los estudiantes. Sin embargo, aún no se germinó la pregunta en relación con el significado o sentido de la x.

Se planteó la primera ecuación lineal para ejemplificar la funcionalidad del dispositivo didáctico “tablero y bloques de Dienes”. La ecuación que se les presentó es igual a $2x+3=9$.

Figura 9.

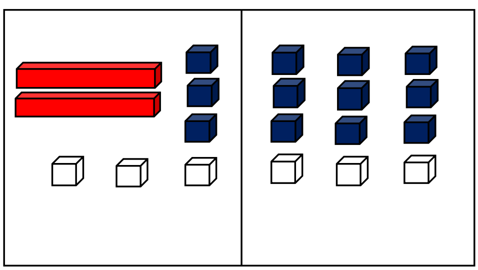


Fuente: Jiménez López, 2019

El tablero se tapizó de foamy de color negro y con marco de madera, mismo que está dividido por una línea que simula el signo igual y que separa a ambos miembros de la ecuación. Luego se procedió a ubicar las piezas a modo de hacer la interpretación geométrica de la ecuación lineal.

Una vez hecha la representación geométrica se les planteó que del miembro izquierdo había que eliminar los tres positivos, *¿qué piezas se necesitan? ¿blancas o azules?* La mayoría respondió que negras. Es evidente que aún había confusión en ese momento, precisamente porque se estaba iniciando la familiarización con el material. Sin embargo, se necesitaban 3 piezas azules, aclarando que, si en el miembro izquierdo se ponían tres piezas blancas, también en el derecho se tenían que poner tres piezas blancas, tal como se representa en la siguiente figura:

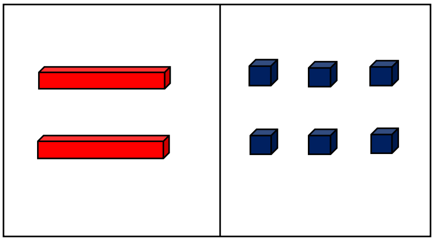
Figura 10.



Fuente: Jiménez López, 2019

Se procedió a cancelar las piezas, quedando como sigue:

Figura 11.



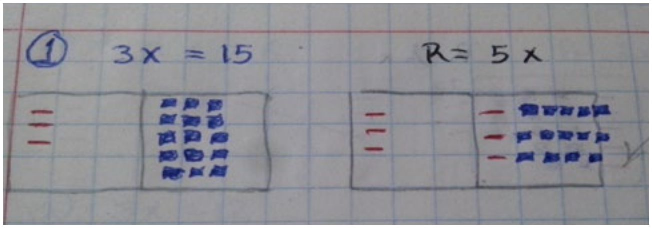
Fuente: Jiménez López, 2019

Al realizar el ordenamiento de las piezas se tiene que el valor de $x = 3$. Es importante aclarar que el dispositivo didáctico se aplica únicamente para valores enteros.

De la misma manera, como se abordó el primer ejemplo, se desarrollaron más ejemplos, claro está, con una mayor participación de los estudiantes; lo que si fue evidente es que ya había cierto dominio del procedimiento de solución de ecuaciones lineales con los bloques de Dienes.

Se les planteó a los estudiantes ecuaciones lineales de la forma $x+a=b$, $ax=b$, $ax+b=c$. Se retomó un ejemplo de ecuación lineal solucionado por los estudiantes para realizar el análisis de la diversidad de procedimientos de solución que adoptaron los estudiantes después de mi intervención.

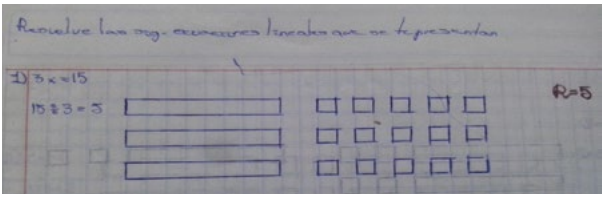
Figura 12.



Fuente: libreta de Ana Cristina Gómez López (2017).

Para el caso de Ana Cristina, interpretó correctamente el planteamiento de la ecuación lineal. Sin embargo, reescribió las piezas de color rojo en el miembro derecho de la ecuación; así como, la notación del resultado debió ser $x = 5$.

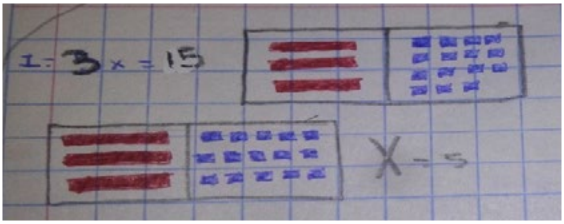
Figura 13.



Fuente: libreta de Alonso López Velasco (2017).

En el caso de Alonso, resolvió correctamente el ejercicio. Así mismo, aparte de la representación geométrica realizó la notación matemática que le permitió realizar la distribución de piezas azules que le correspondía a cada barra roja.

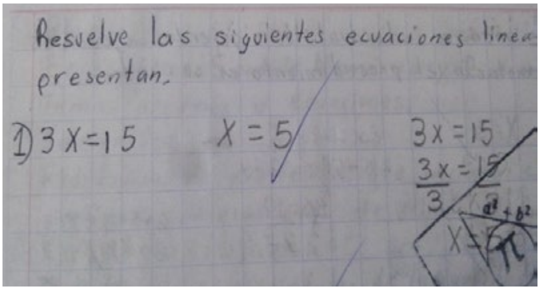
Figura 14.



Fuente: libreta de Diana Carolina Martínez Jiménez (2017).

En la solución de Diana Carolina, hay una clara traducción del lenguaje abstracto al lenguaje concreto y luego al lenguaje abstracto. La estudiante se movilizó en está apropiación del lenguaje algebraico. Demostró un claro avance de su parte.

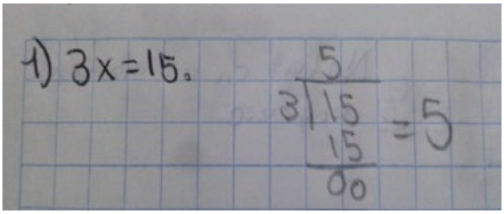
Figura 15.



Fuente: libreta de Ivette Alejandra Gálvez Pérez (2017).

Ivette Alejandra, dejó a un lado sus bloques de Dienes y el tablero de trabajo y decidió resolver la ecuación con el algoritmo. En este ejercicio eliminó el 3 dividiendo en ambos miembros de la ecuación, logrando obtener el valor de x=5. Aplicó muy bien la transposición de términos para llegar al resultado esperado. Es evidente que hay un claro dominio al respecto. Al observar sus logros, convenimos que me apoyase con sus compañeros que aún tenían dudas en la solución de ecuaciones lineales.

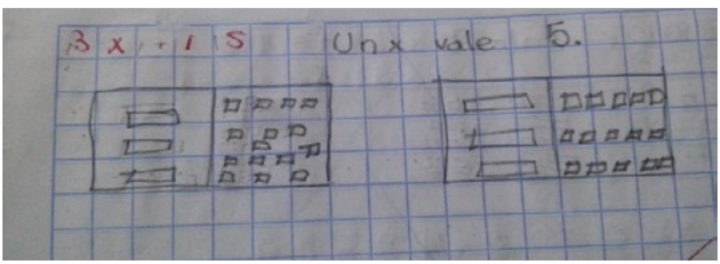
Figura 16.



Fuente: libreta de Karen Adriana Hernández Hernández (2017).

Karen Adriana, aplicó muy bien el procedimiento de transposición de términos. Realizó la división de manera correcta para hallar el valor de x. Sin embargo, faltó que lo hiciera explicito. En el proceso decidió no hacer uso de los bloques de Dienes.

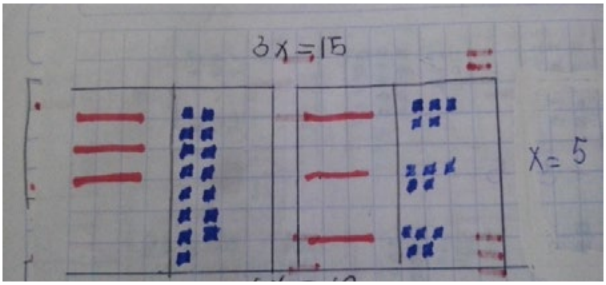
Figura 17.



Fuente: libreta de Marisa Hernández López (2017).

Marisa optó por resolver el ejercicio aplicando el algoritmo y empleando los bloques de Dienes. Logró entablar una relación de ambas soluciones. Mismo que expresó de manera explícita.

Figura 18.

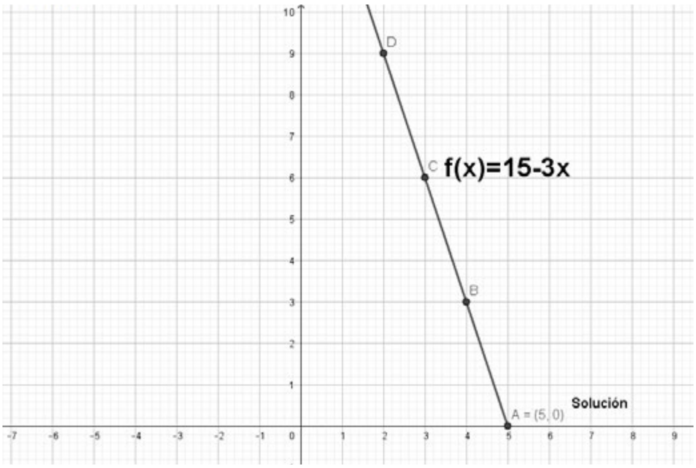


Fuente: libreta de Teresa de Jesús Gómez Escandón (2017).

En el caso de Teresa explicitó sus procedimientos empleados y resaltó el color de las piezas de manera creativa. Tanto de manera concreta y con la notación algebraica logró llegar al resultado.

El uso de los bloques de Dienes posibilitó que los estudiantes se apropiaran del algoritmo para solucionar ecuaciones lineales de la forma $ax = b$. Además, de que fue recurrente que no se explicitará el procedimiento de "transposición de términos" que, para el caso, se trataba de aplicar la operación inversa de la multiplicación. O lo que en forma práctica se dice *"Si un valor multiplica a la variable x, este valor se pasa al otro lado (al miembro derecho) de la ecuación dividiendo".* Recupero los resultados anotados por Ana Cristina $R = 5x$ y Alonso, $R = 5$. Para ambos casos, si fue primordial aclararles que el resultado debía expresarse con relación a x, es decir, $x = 5$. El cimiento o la plataforma que permitió que los estudiantes se apropiaran del procedimiento de solución fue el uso de los bloques de Dienes. El cual facilitó enormemente mi intervención en el aula. De manera coincidente "utilizando las representaciones geométricas de las relaciones numéricas, los alumnos tendrán experiencias concretas que darán sentido a los términos algebraicos que serán usados más tarde" (Flores, 1999, p. 78).

Figura 19.



Fuente: Jiménez López, 2019

En sí, *¿cuál es el sentido de hallar el valor de x?* Para responder a esta pregunta es necesario conceptualizar *¿qué es una variable?*, como una primera aproximación representa un valor que no se conoce y que mediante procedimientos instaurados de solución se puede hallar su valor.

Para el caso, que se les planteó a los estudiantes, el resultado es $x = 5$, es una línea recta paralela al eje de las ordenadas del plano cartesiano y que corta precisamente en el eje de las abscisas en 5. Con este primer ejercicio la intención didáctica fue que los estudiantes se apropiaran del método formal de resolución de ecuaciones, como es, la transposición de términos, entendiéndose que es el procedimiento de cambiar de lado y de signo los términos de la ecuación.

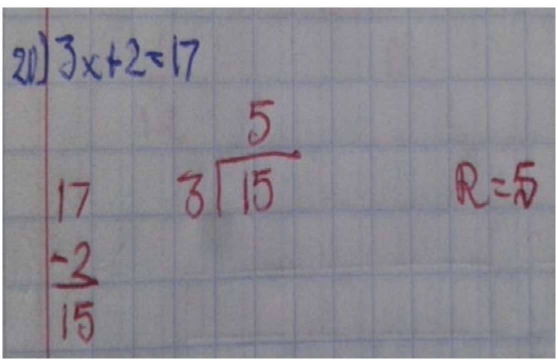
Una vez que el estudiante se apropió del método de solución de ecuaciones con material concreto y de manera abstracta; se les planteó una situación práctica tal como: El perímetro de un triángulo equilátero mide 24 cm, *¿cuánto mide cada lado?* Es un planteamiento que se resuelve planteando una ecuación de la forma ax=b. En el cual **a** representa el número de lados de un triángulo, **x** representa la medida de cada lado del triángulo equilátero y 24 el perímetro de dicha figura plana. Al plantear este tipo de ejercicios, los estudiantes ya deben tener consolidado que "el número de lados de un triángulo son 3 y que al tratarse de un triángulo equilátero sus lados son iguales".

Alonso dejó a un lado sus bloques de Dienes y aplicó el algoritmo de solución de las ecuaciones lineales. Su procedimiento consistió en realizar la resta de 17-2=15, entendiéndose que aplicó la regla de pasar el número 2 al miembro derecho de la ecuación restando. El resultado de la diferencia es 15, quedando la ecuación como 3x=15. Alonso resolvió el planteamiento de manera mental, aunque "la resolución intuitiva incluye el uso de hechos numéricos" (Kieran & Filloy, 1989, p. 232). Aplicó el procedimiento, de eliminar el 3, de tal manera que, como se encuentra multiplicando a la variable x, el 3 se pasó dividiendo al término del miembro derecho. Logró determinar el resultado que es igual a 5. Aunque debió de haber quedado expresado como $x = 5$. Si se retoma el supuesto anterior, qué pasaría si a los estudiantes se les plantea ecuaciones lineales, de la misma forma, solamente que, con cantidades de orden superior, e inclusive, ir pensando en valores fraccionarios.

> Para resolver este tipo de ecuaciones, los niños usan las operaciones inversas o substituyen distintos números al símbolo literal con el objeto de encontrar el valor que equilibre ambos lados de la ecuación. Estas observaciones muestran que, frente a problemas verbales simples, o a ecuaciones algebraicas de un paso, los niños que inician el estudio del álgebra son capaces de conceptualizar una incógnita específica, y de determinar su valor, deshaciendo las operaciones, o empleando el ensayo y error. (Ursini, 1994, p. 99)

En otro segmento de la clase a los estudiantes se les planteó ecuaciones lineales de la forma $ax+b = c$. Como insumo para el análisis de la clase se retomó la ecuación lineal $3x+12 = 17$.

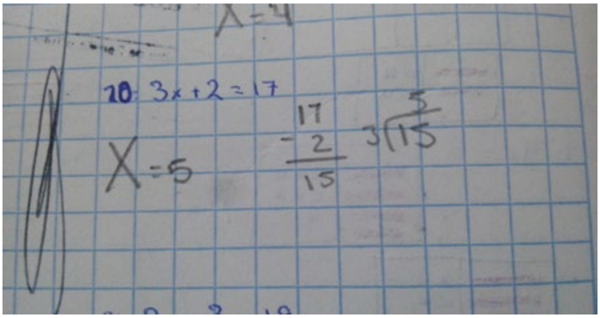
Figura 20.



Fuente: libreta de Alonso López Velasco (2017).

Diana Carolina coincide con el procedimiento aplicado por Alonso. Logró explicitar correctamente el valor de la variable, $x = 5$.

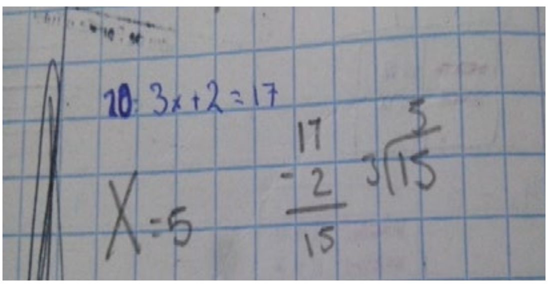
Figura 21.



Fuente: libreta de Diana Carolina Martínez Jiménez (2017).

Ivette Alejandra logró apropiarse del algoritmo de solución. Aplicó paso a paso la transposición de términos. Para mantener el equilibrio de la ecuación aplicó las operaciones inversas en ambos miembros, hasta determinar el valor de x, mismo que explicitó de manera clara. Logró descubrir y aplicar el algoritmo de manera metódica.

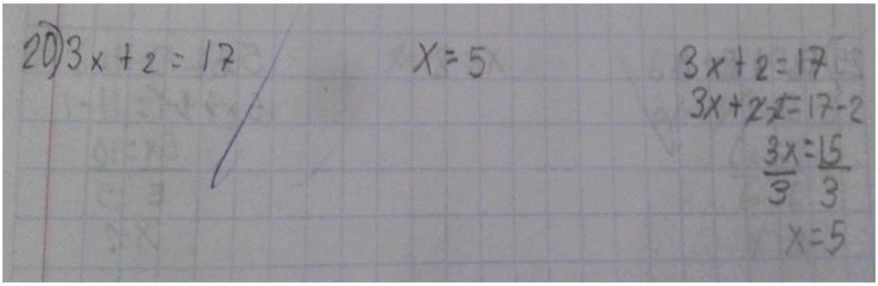
Figura 22.



Fuente: libreta de Ivette Alejandra Gálvez Pérez (2017).

Karen Adriana siguió el mismo procedimiento que Alonso y Diana Carolina. Al observar, aún con cierta distancia en la aplicación del algoritmo, decidí intervenir nuevamente para encaminarlos a la aplicación del procedimiento de transposición de términos.

Figura 23.



Fuente: libreta de Karen Adriana Hernández Hernández (2017).

Los bloques de Dienes, como dispositivo didáctico, posibilitó que los estudiantes asimilaran el algoritmo de solución de manera distinta. Considerando la frecuencia de cómo se presentaron, puedo afirmar que, hay dos procedimientos de solución claramente definidos; la primera es mediante operaciones numéricas en el cual está inmersa la sintaxis de la solución de la ecuación lineal, para el caso específico del ejemplo, primero restaron y luego dividieron, en esta última operación hallaron el resultado; y el otro procedimiento es la aplicación de la sintaxis algebraica que no se logró generalizar en el grupo escolar; que consiste en operar con números y la variable, los estudiantes que lo llevaron a cabo, identificaron claramente la variable. Ciertamente se logró "verbalizar los pasos, así como usar dibujos y otras representaciones concretas pueden ayudar a los alumnos a seguir la cadena de razonamientos" (Flores, 1999, p. 70). La cadena de razonamientos a la que se refiere Flores, es la secuencia de pasos que el estudiante debe asumir para resolver una ecuación lineal, que para el caso, se trata de la ecuación $3x + 2 = 17$.

Para reducir los términos de la ecuación, es imprescindible cambiar el +2 al miembro derecho de la ecuación, cambiando el signo, quedando -2. Para equilibrar la ecuación es imprescindible restar -2 en ambos miembros.

$3x+2 = 17$

$3x+2-2=17-2$

Se realizan las operaciones sucesivamente y la ecuación queda reducida como sigue:

$3x+2 = 17$

$3x = 15$

En este planteamiento el 3 multiplica a la variable x. Mismo que también puede ser representando como (3)(x) y para evitar mala interpretación del planteamiento se evita plantear la expresión como 3x X. La operación que sigue en este paso es que, 3 al multiplicar x, se debe eliminar dividiendo. Tal como se observa en el desarrollo:

$$\frac{3}{3}x = \frac{15}{3}$$
$$1x = 3$$
$$x = 3$$

El resultado de dividir un número sobre sí mismo, se obtiene como resultado la unidad, que, para el caso de la x, no suele anotarse, ya que, al referirse a la variable se sobreentiende que es una x.

Al hallarme en esta fase de análisis, me surgen más interrogantes, *¿será que procedí de manera correcta para interesar a los estudiantes? ¿para qué les será útil? ¿qué fue lo que les presenté, el tallo, las flores o las raíces?*

El imaginario didáctico para llegar a los estudiantes y que redescubran el algoritmo de la solución de las ecuaciones lineales, consiste en plantear situaciones didácticas con material manipulable; para facilitar el tránsito del lenguaje concreto al lenguaje abstracto. Ciertamente con esta experiencia, la apropiación del lenguaje de uso de los bloques de Dienes no fue del todo generalizada. Sin embargo, con el apoyo de los estudiantes que manifestaron dominio, posibilitaron que los que aún tenían dificultad los superaran.

Se crearon dos posibilidades, dos caminos que seguir para llegar al mismo resultado. Empleando los bloques de Dienes y el algoritmo formal de solución de las ecuaciones lineales. Surgieron diversas perspectivas al respecto; mientras estudiantes afirmaban que con el algoritmo se les hacía fácil, otros decían que con los bloques de Dienes. Sin embargo, me mantuve en la diversidad y heterogeneidad del grupo escolar. Una vez desarrollada la situación matemática, lo que correspondía era afianzar el procedimiento de solución al plantearles una serie de ecuaciones lineales.

Por la naturaleza de la situación didáctica considero que el planteamiento se generó en el tallo del árbol; ya que partí de las aportaciones de investigadores en matemática educativa. En lo personal a mí me correspondió seguir profundizando al respecto para seguir convenciéndome acerca de la utilidad de estudiar y aprender matemáticas en secundaria y para la vida. Toda vez que se apropiaron del tallo, el siguiente paso es que se apropiaran de las flores, con la contemplación y admiración de su diseño, lo que correspondía era crear las posibilidades de aplicación de las ecuaciones lineales. Por ello, surgió la idea de crear un blog, como medio didáctico, para plantear un proyecto integrador.

Proyecto integrador. "Aprendiendo ecuaciones lineales con Dienes".

El proyecto integrador se diseñó utilizando recursos de la red como la WebQuest, que es un recurso gratuito en línea que permite diseñar actividades atractivas para los estudiantes y les permite el acceso desde su móvil o una computadora personal. Se adentra uno a la página personal que tiene como enlace: *http://matedivertidas.wordpress.com* y luego se da clic en la opción "proyectos integradores", se desplegará los cinco proyectos integradores y se elegirá el proyecto integrador bimestre 3.

Para el diseño de la WebQuest consideré una portada, introducción, tarea, proceso, recursos, evaluación, conclusión y cápsula informativa. En la introducción se hace un tributo a Zoltan Paul Dienes, pedagogo húngaro que con sentido creativo e innovador dejo para la posteridad los bloques.

En la introducción doy a conocer los datos técnicos y enlacé tres videos de *Khanacademy*[5]. En la sección de tareas se planteó 5 ejercicios de aplicación de ecuaciones lineales que desafió su capacidad analítica y de asombro. Dichos planteamientos se describen a continuación:

A continuación, se te plantean los siguientes problemas de aplicación de ecuaciones lineales.

1. Una granja tiene cerdos y pavos, en total hay 35 cabezas y 116 patas. ¿Cuántos cerdos y pavos hay?

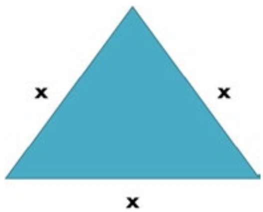
2. Piensa en un número. Si le restas 8 y luego multiplicas esa diferencia por 3, obtendrás como resultado 15. ¿Cuál es el número que pensaste?

3. El perímetro de un triángulo equilátero mide 24 cm, ¿Cuánto mide cada lado?

---

5 La Academia Khan (en inglés: Khan Academy) es una organización educativa sin ánimo de lucro y un sitio web creado en 2006 por el educador estadounidense Salman Khan, egresado del Instituto Tecnológico de Massachusetts y de la Universidad de Harvard. Con la misión de "proporcionar una educación gratuita de nivel mundial para cualquier persona, en cualquier lugar". Es una organización de aprendizaje electrónico en línea gratuita, basada en donaciones con un modelo muy similar a la Wikipedia para un proyecto sin ánimo de lucro. Consultado el 02 de marzo del 2018. Disponible en: https://es.wikipedia.org/wiki/Khan_Academy.

Recuerda que los lados de un triángulo equilátero son iguales y el perímetro es la suma de las medidas de sus tres lados.



¿Cómo puedes representar está relación mediante una ecuación lineal?

¿Cuál es el valor de x?

Resuelve la siguiente ecuación lineal.

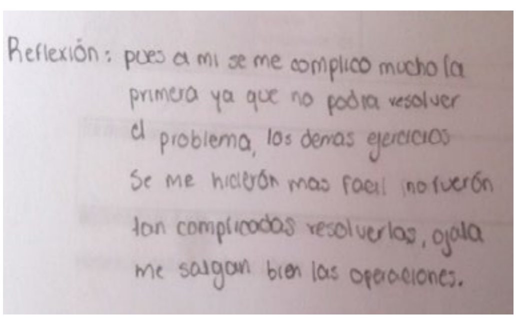
$3x-5=15+x$

Resuelve la siguiente ecuación lineal.

$4x+2=18+2x$

El análisis de la clase lo iniciaré con la reflexión que me compartió Diana Carolina en el cual ella expone que tuvo dificultad en la realización del primer ejercicio y reconoce su potencial ya que en los siguientes 4 ejercicios no tuvo dificultad alguna. Además, de reconocer sus fortalezas y debilidades considero que Diana Carolina, por lo que escribió se encuentra en un nivel metacognitivo. Se entiende como metacognición la acción de "pensar sobre el pensamiento" (Cheng, 1993 citado en Klingler & Vadillo, 2000, p. 84, citado en Jaramillo & Simbaña, 2014, p. 300). Cuando una o un estudiante se atreve o es capaz de escribir acerca de sus logros y debilidades hay una práctica consciente de los desafíos matemáticos planteados en el aula.

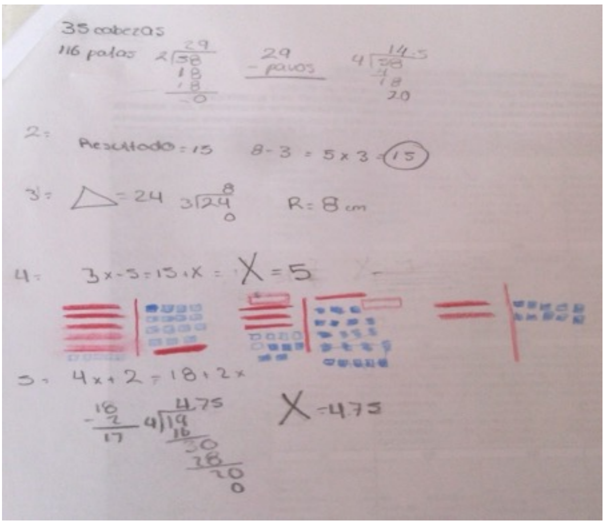
Figura 24.


Reflexión: pues a mi se me complico mucho la primera ya que no podia resolver el problema, los demas ejercicios se me hicierón mas facil no fuerón tan complicadas resolverlas, ojala me salgan bien las operaciones.

Fuente: trabajo de Diana Carolina Martínez Jiménez (2017).

Diana Carolina resolvió correctamente el planteamiento número 3, que tiene relación con el cálculo del lado de un triángulo equilátero teniendo como dato el valor del perímetro. Presentó dificultad al resolver la ecuación lineal de la forma $ax + b = cx + d$. Después de realizar la revisión de cada uno de los trabajos se hizo la evaluación respectiva en el aula.

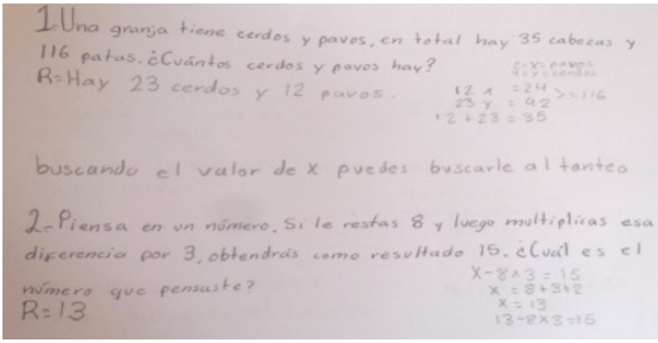
Figura 25.



Fuente: trabajo de Diana Carolina Martínez Jiménez (2017).

Ivette Alejandra abordó cada uno de los 5 planteamientos de manera metódica. El primer ejercicio lo resolvió mediante “ensayo y error”, partiendo del conocimiento de su contexto, de que los cerdos tienen 4 patas y los pavos 2. El ejercicio número 2 lo resolvió mediante tanteo. Para el tercer ejercicio, planteó una ecuación lineal para resolverlo y ensayó varias sustituciones hasta hallar el resultado correcto. Un criterio que permitió que planteara la ecuación era que se trataba de un triángulo equilátero, como bien se sabe, sus tres lados son iguales. Para los ejercicios 4 y 5, efectuó correctamente el algoritmo de transposición de términos para hallar los valores de x.

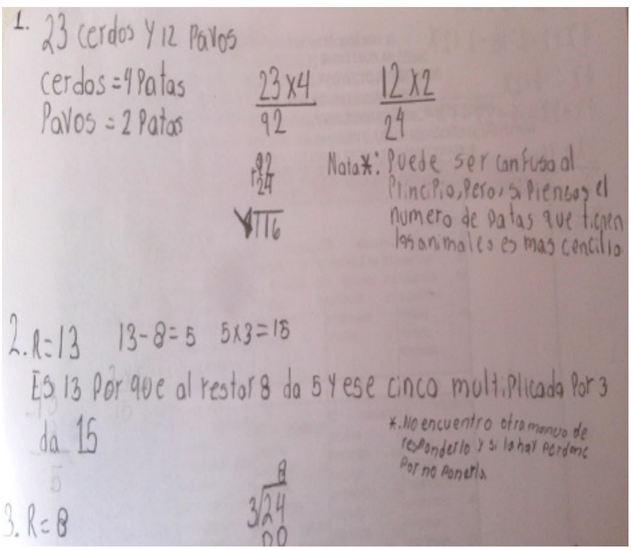
Figura 26.



Fuente: trabajo de Ivette Alejandra Gálvez Pérez (2017).

Edwin Neriel resolvió los primeros 2 ejercicios intuitivamente y justificó su procedimiento basado en la experiencia de haber resuelto los problemas. Reconoce en un principio que le parecieron confusos, pero al adentrarse a la solución y analizando los datos con que se cuenta se le hizo fácil. Tal es el caso del número de patas que tienen los animales que menciona el problema. Así mismo, solucionó el segundo ejercicio mediante intuición y lo justificó correctamente.

Figura 27.

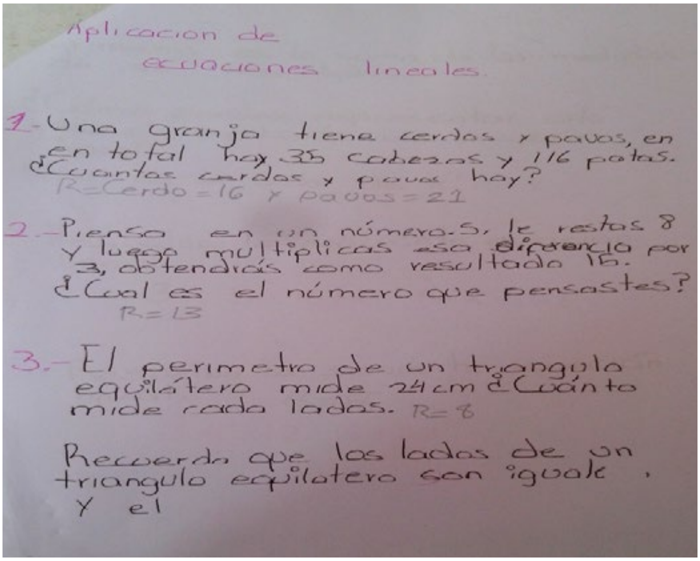


Fuente: trabajo de Edwin Neriel Vicente Gómez (2017).

Resolvió correctamente los ejercicios 3, 4 y 5. Para el ejercicio 3, planteó muy bien la ecuación lineal a partir de la premisa, los tres lados de un triángulo equilátero son iguales. Los ejercicios 4 y 5 los resolvió de manera correcta aplicando las operaciones inversas manteniendo siempre en equilibrio la ecuación.

Sandra Valeria entregó su trabajo. Solamente compartió los resultados omitiendo para los cinco casos los procedimientos de solución. Al preguntarle a Sandra Valeria argumentó que lo hizo en la libreta. Resolvió correctamente los ejercicios 2 y 3. Como en el caso de Sandra Valeria, varios compañeros suyos entregaron con lo más mínimo de evidencia de cálculo. Fue una situación que retomé en el salón de clases, al argumentar que el procedimiento de solución debe incluirse en todo trabajo y que es la parte medular del mismo.

Figura 28.



Fuente: trabajo de Sandra Valeria Hernández Ortega (2017).

En esta actividad de evaluación solamente entregaron 25 de 42 estudiantes. De los 25, solamente 10, presentaron evidencia de haberlo intentado. En vista de los resultados, recibí y califiqué los trabajos de los estudiantes que responsablemente entregaron y desarrollaron cada uno de los ejercicios en el salón de clases. Cada estudiante llevó a cabo el registro de la solución en su libreta. La experiencia que me dejó esta actividad es que los estudiantes presentaron muchas dificultades para plantear e inclusive para solucionar ecuaciones lineales aplicadas a la geometría, cálculo mental y problemas abstraídos de su contexto.

El primer ejercicio tuvo la intención de que los estudiantes, tradujeran el ejercicio planteado en lenguaje natural a lenguaje algebraico.

Una granja tiene cerdos y pavos, en total hay 35 cabezas y 116 patas. ¿Cuántos cerdos y pavos hay?

Solución:

Simbología: C= Cerdos, P= Pavos.

Lo que se sabe es que:

$$C + P = 35$$
$$\therefore$$
$$P = 35 - C$$

En el contexto, mío y del estudiante, se puede recuperar que los cerdos tienen 4 patas y los pavos tienen 2 patas. Por lo tanto, se puede plantear que:

$$4C + 2P = 116$$
$$\text{Como } P = 35 - C, \text{ se sutituye este valor en la ecuación}$$
$$4C + 2(35 - C) = 116, \text{ el 2 multiplica a los valores que se encuentran entre paréntesis.}$$
$$4C + 70 - 2C = 116$$
$$2C = 116 - 70$$
$$2C = 46$$
$$\frac{2C}{2} = \frac{46}{2}$$
$$C = 23$$

Con el resultado se puede interpretar que en la granja hay 23 cerdos.

Lo que sigue es sustituir el valor de C, en *P= 35 - C,* para hallar el número de pavos.

$$P = 35 - C$$
$$P = 35 - 23$$
$$P = 12$$

Al hacer la sustitución y cálculo respectivo se obtiene que en la granja hay 12 pavos.

Comprobación:

Número de cabezas	**Número de patas**
$C + P = 35$ $23 + 12 = 35$ $35 = 35$	$4C + 2P = 116$ $4(23) + 2(12) = 116$ $92 + 24 = 116$ $116 = 116$

Al cumplirse la igualdad, se puede afirmar que el planteamiento y solución es correcta.

En el caso del planteamiento número 2 se resuelve como sigue:

Piensa en un número. Si le restas 8 y luego multiplicas esa diferencia por 3, obtendrás como resultado 15. ¿Cuál es el número que pensaste?

Tabla 2.

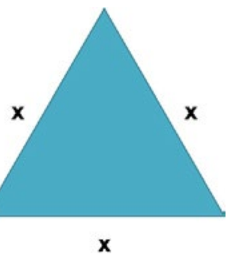
Lenguaje natural	Lenguaje algebraico
Piensa un número	x
Le restas 8	x - 8
Multiplicas la diferencia por 3	3(x-8)
Resultado	15

Fuente: Jiménez López, 2019

Solución:

El número que pensé es el número 13. La idea era que los estudiantes identificarán la variable y a partir de esta, plantear la ecuación lineal que resuelve el planteamiento. Sin embargo, es preciso replantear el ejercicio, de tal manera, que no represente un obstáculo de comprensión por parte de los estudiantes. Ahora abordaré la solución del planteamiento número 3.

El perímetro de un triángulo equilátero mide 24 cm, ¿Cuánto mide cada lado? Recuerda que los lados de un triángulo equilátero son iguales y el perímetro es la suma de las medidas de sus tres lados.



La respuesta al planteamiento se halla en la afirmación *"los lados de un triángulo equilátero son iguales y el perímetro es la suma de las medidas de sus tres lados".*

Si observamos la imagen, la medida de cada uno de los lados del triángulo equilátero es igual a "x", y el perímetro se determina sumando los tres lados, por lo tanto, se tiene que:

$$x + x + x = 24$$
$$3x = 24$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{24}{3}$$
$$x = 8$$

Se puede interpretar que la medida del lado del triángulo equilátero es igual a 8 cm. Se puede comprobar sustituyendo el resultado en la ecuación.

$$3x = 24$$
$$3(8) = 24$$
$$24 = 24$$

Al cumplirse la igualdad, se puede afirmar que la medida del lado del triángulo equilátero es efectivamente 8 cm.

Los ejercicios 4 y 5 son semejantes. Se trata de ecuaciones lineales de tipo ax + b = cx + d.

Solución del ejercicio número 4:

$$3x - 5 = 15 + x$$
$$3x - x = 15 + 5$$
$$2x = 20$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{20}{2}$$
$$x = 10$$

Solución del ejercicio número 5:

$$4x + 2 = 18 + 2x$$
$$4x - 2x = 18 - 2$$
$$2x = 16$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{16}{2}$$
$$x = 8$$

Con los planteamientos anteriores, tuve la mejor intención de relacionar las matemáticas con la situación real; fueron solamente 10 estudiantes los que aceptaron el reto, mi preocupación en ese momento fue, *¿qué paso con los demás?* Pude aseverar, que se debió, a la dificultad que representaban los ejercicios para ellos, decidieron no hacerlo o también debido a que "una de las más grandes dificultades que los estudiantes encuentran en las matemáticas es la solución de problemas planteados verbalmente. No saben cómo traducir la información verbal en forma matemática" (Kline, 1976, p.115). Coincido con la afirmación, ya que la pretensión no se logró, precisamente porque se presentó un obstáculo en la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico. Además, los estudiantes presentaron dificultad en la solución de ecuaciones de la forma ax + b = cx + d, precisamente, porque aún están iniciando a operar con valores numéricos e incógnitas, y para reducir la complejidad de este, es importante reordenar y reducir los términos semejantes.

Actividades globalizadoras. "Clases lúdicas masivas"

En la reunión de organización del centro de trabajo, la academia de matemáticas determinó realizar tres clases lúdicas masivas durante el ciclo escolar 2016-2017. Los cuales se denominaron: Teorema de Pitágoras, Geometría Navideña y Tabletas Fraccionarias.

Clase lúdica para conocer el Teorema de Pitágoras

¿En qué consistió?

Era una mañana fresca, del día 27 de octubre del 2016, un día crucial en el que los estudiantes de tercer grado de los grupos A, B, C, D, E y F presentaron su acto de demostración del Teorema de Pitágoras, producto de un trabajo arduo de cuatro ensayos previos que se dieron después del horario de clases. Me encontraba en el templete del domo del centro escolar, de alguna manera se me hizo larga la espera, sin embargo, llegó el momento, escuché el toque del timbre que indicaba la culminación del receso y me aproximé al micrófono para hacer el llamado de los educandos participantes para que se ubicaran en el lugar que les correspondía, siendo esta, parte de la organización del evento.

El planteamiento del proyecto "clases lúdicas masivas" se ideó como iniciativa de la academia de matemáticas de la Escuela Secundaria Técnica Industrial Núm. 80 para presentarlo al colectivo docente, para fortuna de nosotros, fue aceptado y fue visto con muchas expectativas por el colectivo. La academia estuvo integrada por el Profr. Raúl May Cocom, Profr. José Caralampio García Santiago y su servidor Eleazar Jiménez López. Como parte de los acuerdos tomados en una reunión de academia se determinó que el Profr. Raúl May Cocom iniciará con la presentación de la primera clase lúdica masiva que denominó "Teorema de Pitágoras" con la colaboración de los alumnos de tercer grado. El 13 de diciembre correspondió al Profr. José Caralampio García Santiago la organización de la clase lúdica masiva "Armado de figuras geométricas"; la tercera clase lúdica masiva fue organizado por su servidor Eleazar Jiménez López con la actividad "Tabletas fraccionarias" para presentarse el 28 de febrero del 2017; se planteó como cierre realizar el "Baile de los términos semejantes" en el cual se involucraron a todos los grados y grupos escolares y está se programó para el día 03 de mayo de 2017.

Ante la situación planteada, daré paso a la descripción de la clase lúdica masiva "Teorema de Pitágoras" y precisaré el impacto que tuvo con la comunidad escolar.

Al fin llegó el día esperado, tanto por los estudiantes que participaron como nosotros mismos; minutos antes de iniciarse el evento, era el momento del receso, ya se observaba en las y los estudiantes la emoción de participar, ya que tanto, hombres y mujeres ya se habían arreglado para dicha presentación, como parte de eso, se visualizaba a lo lejos los pompones coloridos que habían elaborado ellas mismas.

Un grupo de estudiantes que habían decidido participar como animadoras del evento ya se encontraban listas luciendo su atuendo que habían mandado a hacer con una familiar de una de ellas. Ya habían ensayado en varias ocasiones su coreografía, ese era el momento inédito de la presentación de su obra maestra. Mientras tanto, el Profr. Raúl se hallaba sereno y con mucha paciencia se aproximó al micrófono, y habría asumido en ese momento la conducción del programa preparado por el mismo. Pidió a la concurrencia, formarse o ponerse cómodos en el espacio que correspondía a cada grupo e inicio el momento esperado.

El profr. May, como popularmente lo conocemos, inició con el preámbulo de la clase con una sinopsis histórica, cultural y técnica del "Teorema de Pitágoras"; complementándose con la autobiografía de Pitágoras y la presentación de una coreografía por estudiantes del tercero A y D cuya canción de fondo y coreografía fue iniciativa de las propias estudiantes. Luego se inició la presentación magistral de los estudiantes, dando a conocer de manera armónica, la relación íntima entre las matemáticas con el arte escénico al ritmo del valls sobre las olas de Juventino Rosas. Todo pareció un desplazamiento bien sincronizado y ejecutado con responsabilidad y entrega por parte de los alumnos; el armado de los dos catetos **a** y **b** con piezas de rompecabezas poligonales enalteció y despertó la capacidad de asombro de los alumnos que observaban y realizaban la grabación del evento, siendo esta, un evento nunca realizado en el centro educativo.

Figura 29. Equipo de estudiantes haciendo la demostración del Teorema de Pitágoras mediante rompecabezas

Fuente: Jiménez López, 2019

Como todo buen comienzo tiene un final, los alumnos atentos han escuchado la música de salida y auxiliados por su servidor y el Mtro. José Caralampio, se fueron enlazando a los grupos para la salida de la escena lo cual transcurrió y superó el estado de concentración de los alumnos en el momento de los ensayos. Posterior a la salida, el Prof. May, procedió a dar las indicaciones para la realización de la actividad "Rompecabezas pitagóricas" por parte de los alumnos de los seis grupos de primero, segundo y los propios participantes, el cual consistió en que realizarán un resumen de lo que observaron en la presentación y realizar recortes de piezas para demostrar de otro modo "El Teorema de Pitágoras", que dice: *El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma del cuadrado de los dos catetos*, cuya representación matemática es como sigue: $c^2 = a^2 + b^2$. Se cubrió las expectativas de los estudiantes en la realización de la demostración y la actividad escrita, el tiempo y espacio destinado para el evento; culminando así la primera clase lúdica del presente ciclo escolar 2016-2017 realizado por la academia de matemáticas del centro educativo

Figura 30. Ensayos

Fuente: Jiménez López, 2019

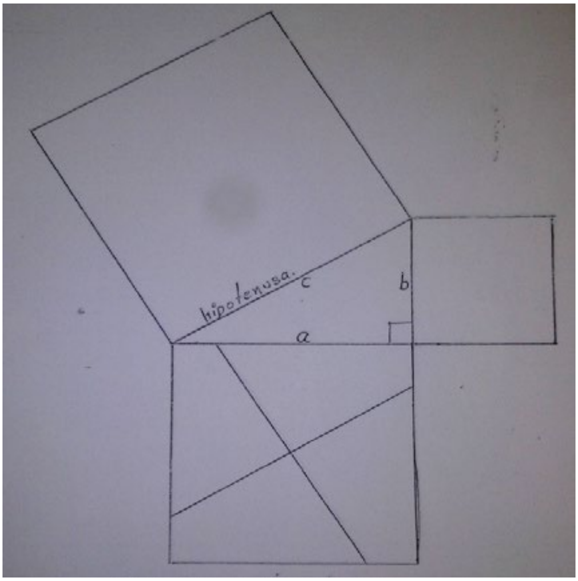
¿Qué les gustó?

La experiencia más significativa de la actividad fue la coreografía presentada por los estudiantes de tercer grado ya que se vinculó la matemática con las artes y la actividad física. La formación del rompecabezas cuyo encabezado de la actividad describía lo siguiente:

"rompecabezas en el teorema de Pitágoras".

Colorea las cuatro figuras inscritas dentro del cuadrado del cateto "a" y el cuadrado del cateto "b", de diversos colores. Recórtalos y pégalos en el cuadrado de la hipotenusa "c", de tal manera que se acomoden a modo de rompecabezas, con esto, demuestras el Teorema de Pitágoras. Escribe tu conclusión.

Figura 31.



Fuente: Prof. Raúl May Cocom (s.f.).

¿Qué salió mal?

Lo que comentaron los estudiantes era respecto a la música, ya que el contexto actual de los estudiantes gira en torno al género pop, baladas en inglés y reguetón. Considero que en una siguiente presentación pudiera mejorarse considerando los gustos de los estudiantes y por ende toda presentación tendría más éxito. Además, de que no se cuidó la gradualidad en el abordaje del "Teorema de Pitágoras", este tema se estudia en tercer grado.

Geometría navideña

¿En qué consistió?

La clase lúdica se llevó a cabo el día 13 de diciembre del 2016, coordinado por el Profr. José Caralampio García Santiago y los estudiantes de segundo grado, grupos A, B, C, D, E y F.

Como academia se acordó diseñar para el caso del Profr. José Caralampio un dodecaedro, Profr. Raúl May Cocom un octágono y a mí me correspondió diseñar un cubo, mismos que se decoraron con cuerpos geométricos realizados por los estudiantes.

La actividad se desarrolló con una entrada de las y los estudiantes con música de fondo navideño, llevando entre sus manos una figura geométrica hecho de papel cascarón y decorado con vistosos colores; luciendo a la vez el uniforme escolar combinado con pantalón de mezclilla y un gorro navideño.

Se presentó una coreografía representando una estrella, aludiendo a la estrella de Belén; mediante movimientos sincronizados las estudiantes hicieron la representación de la estrella; posteriormente se formaron 6 filas por grupo para que procedieran a realizar el amarre de su figura geométrica en hilos de rafia que fueron fijados a lo ancho del domo de la escuela. Una vez concluida esta actividad se procedió a decorar el árbol navideño y el esqueleto de los cuerpos geométricos gigantes como el cubo, octágono y dodecágono con los cuerpos geométricos que cada uno de los estudiantes elaboró de manera ingeniosa.

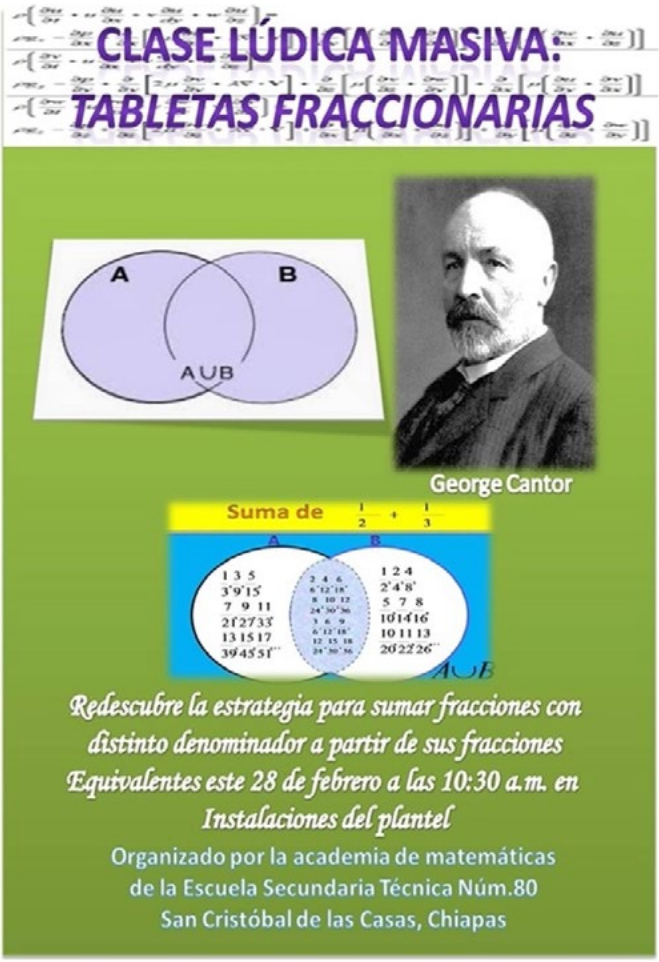
Así mismo, cada uno de nosotros intervino para dar a conocer a los estudiantes las características generales del cuerpo geométrico que estaban decorando. En mi caso, compartí las características de un cubo: 12 aristas, 6 lados, 8 vértices y su dimensión.

La evaluación de dichas actividades se hizo por niveles de complejidad, para el caso de los terceros grados a los estudiantes se les planteó realizar el cálculo de volúmenes de pirámides; en el caso de los segundos grados el cálculo de volúmenes de prismas y en el caso de primer grado el cálculo de volumen del cubo. A los estudiantes se les proporcionó hojas impresas para que los resolvieran en equipos.

¿Qué les gustó?

Los estudiantes participaron activamente en la elaboración de sus figuras y cuerpos geométricos, para decorar el domo de la escuela y el árbol navideño. Los cuerpos geométricos los pintaron con vistosos colores alusivos a la navidad.

Figura 32. Cartel del evento



Fuente: Jiménez López, 2019

¿Qué salió mal?

Cabe mencionar que hubo estudiantes que no cumplieron con la elaboración de su cuerpo geométrico; así mismo, durante los ensayos se presentaron muchas ausencias y esto no permitía el avance de este ya que se dificultó cubrir el contorno de la estrella, lo que también se hizo evidente durante la presentación. Para superar esta situación imprevista considero oportuno realizar un contrato con los estudiantes con la finalidad de que asuman su responsabilidad.

Tabletas fraccionarias.

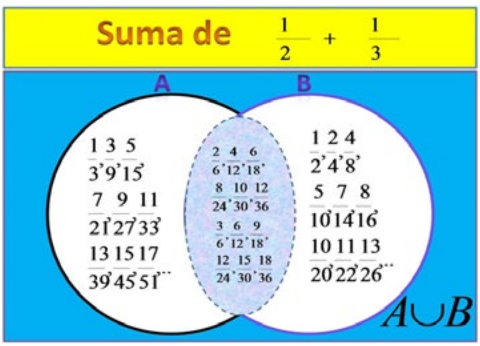
¿En qué consistió?

La tercera clase lúdica masiva se llevó a cabo el día 28 de febrero del 2017 a partir de las 10:30 a.m. con la participación de las y los estudiantes de primer grado a partir de la demostración de la suma de ½ más 1/3 basado en la teoría de conjuntos.

En esta clase lúdica se demostró la suma de las fracciones $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ con la puesta en escena de la relación de las matemáticas con las artes con una coreografía presentada por las y los estudiantes del primero y segundo grado y mediante una demostración del reparto mediante dos modelos de pizza presentado por un equipo de estudiantes.

Como primer número se presentó la coreografía preparada por un equipo de estudiantes.

Figura 33. Conjunto A y B



La coreografía hizo un rescate de un tema importante en las matemáticas modernas, y que actualmente ya no se estudian como tal en el nivel de educación secundaria, y me refiero a la "teoría de conjuntos". Dicha teoría se explica de la siguiente manera:

En esta experiencia de aprendizaje el universo se refirió a las alumnas y alumnos que están presentes en el escenario, que, a la vez, representa cada una de ellas las fracciones equivalentes de $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$.

Se pudo observar la formación de dos eventos, El círculo **A** lo conforman las fracciones equivalentes de **½** y el círculo **B** las fracciones equivalentes de **1/3**. El distintivo de las fracciones equivalentes de **½** es el color morado y el distintivo de las fracciones equivalentes de **1/3** es el color negro. Mismos que portaban cada uno de los participantes.

Con esta actividad se recreó la posibilidad de realizar la suma de $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ de manera más fácil, identificando y determinado las fracciones equivalentes. Para ello, los alumnos participantes, representaron en este caso la unión del subconjunto A y B, mismo que se visualiza con la lámina presentada por sus compañeras Siomara Elizabeth López Cameras y María Magdalena López Cameras que expusieron a los presentes.

En este cartel se visualizó la unión de los subconjuntos A y B mediante los diagramas de Venn, se le llama así, por la forma en que se representan los eventos o subconjuntos de A y B.

Se pudo hacer una interpretación al respecto asumiendo que las fracciones de la unión son fracciones equivalentes de $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ que posibilitan realizar una suma de ambas fracciones de manera más fácil. Recordemos que "las fracciones equivalentes son aquellas que ocupan en la misma figura la misma superficie" (SNTE, 2013, p. 16); que cuando dos fracciones tienen el mismo denominador, este pasa igual y los numeradores se suman.

En seguida, se procedió a la demostración de la suma de las fracciones $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ mediante demostración con dos modelos de pizza. La explicación lo hizo el estudiante Juan Antonio Niño Sarmiento.

Después de la actividad anterior, cada uno de los equipos dispuso de 15 minutos para realizar las actividades que se han preparado para este festival matemático.

¿Qué les gustó?

La manera en cómo se representó las fracciones equivalentes de $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$, permitió que los estudiantes pudieron visualizar que al sumar los equivalentes con el mismo denominador se obtenía el mismo resultado.

¿Qué salió mal?

Nuevamente se presentó la dificultad de la constancia de los estudiantes durante los ensayos y el olvido de las cantidades y distintivo que les correspondía. La falta de cumplimiento de algunos equipos en la entrega de la evaluación de la actividad y el registro del mismo.

Sofía y el infinito.

Sofía estudiante valiente,
día con día develas la hazaña.
Como horizonte saliente,
para no quedarse en la maraña.
Develas virtuosidad,
Irradias esperanza.
Irrumpes la ociosidad,
que ha frenado la andanza.
Has emprendido el vuelo,
descubrirás lo extraordinario de tu tierra,
y el lenguaje de la matemática.
El infinito,
es la conquista,
la escuela, las estaciones del curso de tu vida.

Figura 34.

Fuente: Jiménez López, 2019

Premisas en la atención de Sofía.

La Unidad de Servicios de Apoyo a la Educación Regular (USAER) Núm. 5 con clave 07FUA0005V, ubicado en la Colonia 31 de marzo S/N en la ciudad de San Cristóbal de las Casas. Actualmente atiende a una población de 14 estudiantes de la Escuela Secundaria Técnica Industrial Núm. 80, entre estudiantes que necesitan un mayor apoyo por parte del docente y estudiantes sobresalientes en cierta disciplina.

La institución educativa asignó un cubículo para el personal de dicha institución. El equipo de docentes está integrado por un equipo multidisciplinario; mismos que se encargan de realizar la valoración psicopedagógica de los estudiantes que se identifican con aptitudes que requieren una atención diferenciada.

La valoración psicopedagógica de Sofía se desglosa considerando los antecedentes del desarrollo, fortalezas, necesidades y competencia curricular proporcionada amablemente por la maestra de apoyo de USAER.

Sofía Pérez Pérez es una estudiante que cursa el primer grado grupo "E", tiene 15 años y se le diagnosticó parálisis cerebral. La versión de su mamá es que a la semana de nacida presentó temperaturas muy altas y los médicos de Chenalhó que la atendieron presuntuosamente dieron por muerta a Sofía. En el momento del velorio, ella gritó. La mamá de Sofía la cuidó y la llevó a otros médicos y terapeutas físicos. Sofía ha recibido apoyo del CRIT TELETÓN.

Sofía presenta inmovilidad en el brazo izquierdo. Camina con ayuda del bastón, pero por miedo a que la tiren prefiere utilizar silla de ruedas. Cursó la primaria omitiendo grados por su edad.

Sofía es una estudiante con muchas fortalezas ya que cuenta con el apoyo de la mamá, demuestra una actitud de disposición hacia la realización de las actividades que le encomiendan y acepta la ayuda de otros y otras. Es muy respetuosa hacia sus mayores, compañeras y compañeros de su grupo. Es muy entusiasta, feliz y manifiesta actitud asertiva para aprender.

Las competencias curriculares que ha afianzado Sofía en la asignatura de matemáticas y que se seguirá reforzando en su educación secundaria son:

a. Logra escribir cantidades de hasta 5 dígitos sin ceros, con ceros intermedios cifras hasta de 4 dígitos.

b. Identifica antecesores y sucesores del mismo rango numérico.

c. Logra identificar cantidades mayores y menores.

d. Logra realizar series numéricas sencillas y con cantidades mayores se confunde.

e. Resuelve algoritmos de suma, resta y multiplicación.

f. Resuelve problemas aditivos sencillos.

Lo que aún se le dificulta a Sofía son:

a. El valor posicional de las cantidades (unidades, decenas y centenas).

b. Identificar fracciones sencillas.

c. Presenta dificultad en la resolución de problemas multiplicativos. (Montes, 2017).

La resiliencia de Sofía

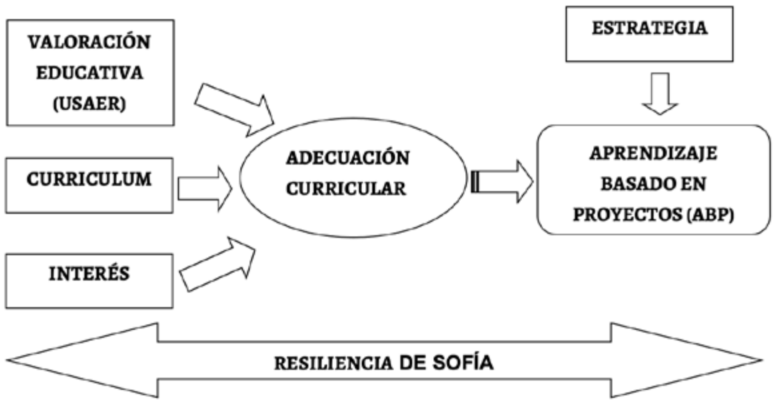
Sofía es una estudiante virtuosa, actitud impetuosa, carismática, responsable y muy asertiva en sus comentarios. Forja voluntad entre sus compañeros y compañeras traduciéndose en una bonita amistad. La más apegada a ella es Wendy, se les observa en todo momento juntas, hasta en el momento de compartir y degustar un rico desayuno.

Flores Olvera (2013), define la resiliencia nómica como:

> la capacidad potencial que tiene un individuo para afrontar la adversidad y salir fortalecido de ella. Las características suficientes para que a una persona se le pueda llamar resiliente nómico serían: autoestima, autonomía, afrontamiento, conciencia, esperanza, responsabilidad, sociabilidad y tolerancia a la frustración. (p. 7)

Resignificar el término y concepto de resiliencia en momentos que se afrontan situaciones de profundos cambios sociales, económicos, políticos, culturales y educativos que afecta notablemente a la población estudiantil representan la práctica de una pedagogía de la dignidad que ocasiona la ruptura de un paradigma educativo eminentemente clasista, de contenidos y estandarizado.

Figura 35.



Fuente: Jiménez López, 2019

El esquema, se dibujó a partir de los elementos con que dispuse para la atención de Sofía. La valoración psicopedagógica realizada por el personal de USAER, la recuperación de los temas que propuso el personal de USAER con el Programa de Estudios 2011 de la asignatura de matemáticas y la indagación que se hizo respecto a los intereses de Sofía. Con estos elementos y con la fortaleza innata de Sofía, se hizo la primera aproximación de adecuación curricular, considerando como estrategia de enseñanza el Aprendizaje Basado en Proyectos.

Sofía tiene un poder de afrontamiento a los retos y desafíos no hay síndrome de excusitis para postergar los problemas o dificultades que se presentan en el trayecto de su vida, como coloquialmente se dice en los albores de la comunidad, tiene madera para realizar y solucionar los desafíos matemáticos que se le plantean basado en su propio sentido de pertenencia individual y su accionar como sujeto social en la construcción de sus saberes.

De haber abordado los tres elementos que conducen a la atención de Sofía, se recuperó, la adecuación curricular, para estudiantes con necesidades educativas especiales; la adecuación curricular se entiende como "el conjunto de modificaciones que se realizan en los contenidos, indicadores de logro, actividades, metodología y evaluación para atender a las dificultades que se les presenten a los niños y niñas en el contexto donde se desenvuelven" (Ministerio de educación,2009, p.5).

Aprendizaje Basado en Proyectos para Sofía.

Los recursos y materiales didácticos que permitieron que Sofía afiance en un primer momento las operaciones básicas son:

1. Ábaco Japonés.
2. Regletas de Cuisenaire.
3. Material concreto: Yogurt, jugo, galletas, etc.

El método de enseñanza se guía a partir de las respuestas aportadas por Sofía al responder a la entrevista que en su momento se le aplicó con la finalidad de explorar sus intereses y necesidades que la apremian.

Sofía expresó su interés al responder a una entrevista aplicada el miércoles 31 de agosto del 2017 tal como se aprecia en el siguiente fragmento:

> Eleazar: La primera pregunta es: ¿Qué operaciones matemáticas aplicas en tu vida diaria o en tu vida cotidiana?
>
> Sofía: Mmmmm. Pues, este, sumas, restas, multiplicaciones y divisiones.
>
> Eleazar: ¿En qué momento lo aplicas?
>
> Sofía: En. Cuando hacemos una cuenta o en otra cosa.
>
> Eleazar: Ah ya. ¡Bien! ¡Gracias Sofía!.

Sofía expresó claramente que en su vida diaria aplica las operaciones básicas cuando tiene que realizar una cuenta y refleja que, en el nivel educativo anterior, se procuró que Sofía dominará las operaciones básicas.

En el siguiente fragmento se refleja en Sofía un claro interés por conocer otras aplicaciones matemáticas y que concibe que, en ese todo, estén presentes las operaciones básicas con números enteros. Sofía tiene razón al asumir que el dominio de las operaciones básicas con números enteros le permitirá conocer todo ya que aporta los principios que se aplican en las fracciones, números decimales, expresiones algebraicas, cálculo de perímetro, área y volumen y la raíz cuadrada. Además, es notorio, la capacidad de asombro que tiene hacia el estudio de las matemáticas, para ella no hay nada acabado y sabe que al dominar una operación hay más por descubrir y aprender.

Eleazar: ¿Qué te gustaría seguir aprendiendo?

Sofía: Mmmmm. De todo.

Eleazar: Si. Dame un ejemplo:

Sofía: Como la matemática, divisiones, restas, multiplicaciones y divisiones.

Eleazar: Ok.

En ese mismo sentido, surge en mí, interrogantes que debía responderme, tales como: *¿de qué manera puedo ayudar mejor a Sofía? ¿qué estrategia debo emplear para lograr que Sofía se apropie de los saberes matemáticos? ¿qué recursos y materiales didácticos debo emplear?* Ante el desafío que estaba presente, tenía que indagar al respecto y tuve el gusto de leer el aporte de Enrique de la Garza Toledo que hace referencia al método "Concreto-abstracto-concreto" que se conceptualiza como:

> el pensamiento avanza de lo concreto a lo abstracto, lo cual no significa un alejamiento del objeto, sino un acercamiento al mismo. En esa medida las abstracciones científicas reflejan la naturaleza de la sociedad en forma más profunda, completa y veraz. De la percepción vivida al pensamiento abstracto y de éste a la práctica: tal es el camino dialéctico del conocimiento de la realidad (Lenin citado por De la Garza, 1983, p. 22)

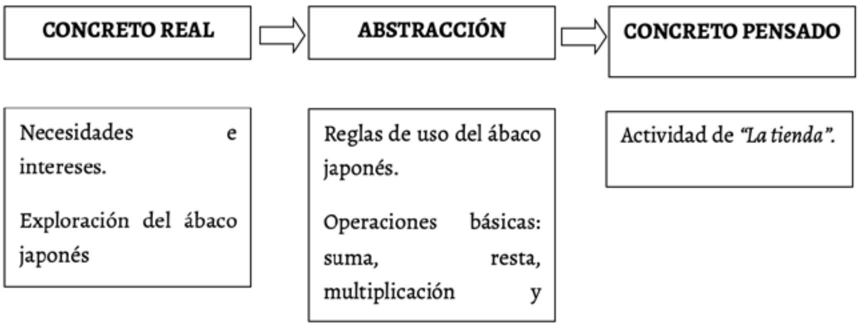
Entendiéndose como objeto "el conocimiento matemático" que se quiere redescubrir mediante la interacción: estudiante-profesor-conocimiento matemático hasta lograr entablar un diálogo en el cual se domine y haga uso del mismo código con distinta significación. Lo concreto se entiende como el medio didáctico que permite construir los algoritmos de cada una de las operaciones matemáticas a partir de la realización de acciones reguladas por reglas; para ampliar el horizonte se entiende a "la abstracción como producto del pensamiento no es sino la escisión del mundo, del concreto real a través del pensamiento" (De la Garza, 1983, p. 39).

Prosiguiendo con el análisis del método y siguiendo el mismo orden consecuente. El concreto pensado se "parte de las determinaciones naturales, inmediatas, puras, simples, recién caracterizadas, para avanzar desde ellas hasta el conocimiento de la totalidad concreta como reproducción intelectual de la realidad" (Lukans citado por De la Garza, 1983, p. 30-31).

Parafraseando a De la Garza Toledo tanto el concreto pensado como la totalidad concreta son equivalentes; y el concreto pensado es la construcción teórica que logra el sujeto para explicar el objeto, que para nuestro estudio es el lenguaje matemático.

Lo abordado anteriormente, se resume en el siguiente esquema:

Figura 36.



Fuente: Jiménez López, 2019

Toda vez que se ha establecido el campo de construcción del conocimiento matemático, es necesario plantear el sentido didáctico, es decir, ¿cómo convertir el referente teórico en acción? La estrategia que cubre las expectativas de Sofía basado en sus cualidades e iniciativa en la realización de las actividades en clases se propone para su acompañamiento la estrategia de Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP).

El Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) es una estrategia que puede llevarse al aula para romper con el paradigma de contenidos que atinadamente enunció Paulo Freire al denominarla como "Escuela bancaria" que se entiende como la transmisión de conocimientos a los estudiantes como algo acabado e incuestionable. William H. Kilpatrick desarrolló el método de proyectos como estrategia de enseñanza a partir de la premisa de una enseñanza progresista basada en los intereses y necesidades de los estudiantes. Aunado a ello se entiende que:

> el aprendizaje por medio de proyectos es un aprendizaje eminentemente experiencial, pues se aprende al hacer y al reflexionar lo que se hace en contextos de prácticas situadas y auténticas. (Díaz Barriga, 2006, p. 30)

Las posibilidades del método fundan un paradigma de la acción, que no es más que reivindicar el papel de sujeto de los estudiantes al crear el vínculo entre la escuela y la comunidad.

El modelo de planeación que se ha retomado se considera los siguientes elementos:

1. Intención didáctica. En este primer punto se definen los fines de la actividad a partir de dar respuesta a las interrogantes: ¿Qué? ¿Cómo? ¿Para qué?
2. Relación con el currículo. En este apartado se clarifican el eje temático, tema y contenido que se relaciona con la actividad que se ha planteado.
3. Recursos y/o materiales didácticos. Se especifican los medios didácticos que nos permiten entablar un diálogo entre el docente, los saberes matemáticos y el estudiante y corresponde al concreto real del proceso.
4. Otras herramientas. Se refiere a las herramientas relacionadas con las TIC´S y otros medios que posibilitan el desarrollo de la actividad.
5. Desafío. Es el punto inicial del planteamiento y a partir de desarrollarán los demás elementos, aquí se trastoca el contexto del alumno, es la íntima relación del exterior e interior de la escuela y se concreta el concreto pensado.
6. Tareas. En esta fase se descubren y reconfiguran los algoritmos de las operaciones matemáticas basado en el lenguaje propio del estudiante.
7. Organización en el aula. El trabajo con Sofía se ha hecho de manera individual y colectivamente a manera de propiciar el desenvolvimiento en el aula a partir de la expresión oral.
8. Difusión. El espacio de la difusión es en el mismo espacio áulico y mediante el registro de las acciones a través de un diario de clases y fotografías.
9. Evaluación. La evaluación que se ha realizado con Sofía se ha hecho a través de una entrevista de manera oral.

Sofía y sus experiencias

Sofía tuvo avances significativos, en la suma y resta de números enteros hasta centenas, empleando el ábaco. De inicio a Sofía se le planteó ejemplos haciendo uso del ábaco japonés, posteriormente se le brindó la oportunidad de resolver tareas con acompañamiento y ella asumió de manera autónoma las tareas subsecuentes. La explicación que ella brindó fue de forma oral y de manera representativa con el ábaco japonés.

A continuación, se detalla un fragmento del proceso de asimilación de la resta que resolvió Sofía:

Eleazar: ¡Vamos con la primera resta! 35-18.

Eleazar: Repito Sofía. 35-18. ¿Qué tenemos que hacer? La clave está en las decenas. ¿Cuántas decenas tienes que bajar?

Sofía: 1.

Eleazar: ¿Segura?

Eleazar: Y si bajas dos decenas y luego recuperas las dos unidades.

Sofía: Ah sí.

Eleazar: ¿Haber?

Eleazar: 20. Correcto. Ahaaa. Pero como nada más necesitas restar 18 significa que vas a subir 2 unidades, ¿Cuál es el resultado Sofía?

Sofía: Este…10,…15,..17.

Eleazar: ¡Es correcto Sofía!.

En el diálogo que se concertó se puede interpretar que Sofía se ha ido apropiando de manera gradual de las reglas de uso del ábaco japonés relacionándolo con el valor posicional de las cantidades hasta decenas. La manera de conducir el proceso mediante preguntas posibilita el autodescubrimiento. Sin embargo, como aún es evidente el acompañamiento se asume un papel de validador de los resultados, por lo que aún no hay autonomía en Sofía para poder afirmar mediante argumentos y representaciones que el resultado que ha obtenido es correcto. La manera de cómo abordé el proceso, da muestra que me desenvolví con preguntas dirigidas, por lo que el desafío es que Sofía se desenvuelva por si misma a partir del planteamiento de una pregunta detonadora.

Figura 37. Sofia realizando cálculos con un ábaco japonés

Fuente: Jiménez López, 2019

Organización del grupo.

Resulta oportuno mencionar que al inicio del ciclo escolar 2016-2017, como parte de la organización del trabajo se propuso a los estudiantes desenvolvernos en el marco de la comunicación efectiva mediada por la práctica de valores como el respeto, la responsabilidad, la honestidad, sinceridad, democracia, autorregulación, justicia y tolerancia.

Se planteó de igual manera propiciar un ambiente de aprendizaje en el cual, se sobrevalore los saberes previos de los estudiantes, que, para el caso del cartel, corresponde a la prealimentación; y de igual manera, propiciar la retroalimentación constante de sus logros y demostración de sus aptitudes y actitudes concernientes al estudio de las matemáticas.

Así mismo, se les planteó ideales como la esperanza, reaprender, reconstruir, liberación y pensar; conduciéndolos como fin último la reflexión de sus propios actos y el respeto hacia el otro, el análisis de las causas y consecuencias de sus propios actos; y enaltecer prácticas sociales como el saber escuchar, hablar sin gritar, el permitir trabajar al otro y el escuchar con atención al profesor.

Figura 38.

Fuente: Jiménez López, 2019

Evaluación

En el primer contacto con mis pupilos se les propuso el criterio de acreditación para el primer bimestre del ciclo escolar 2016-2017, mismos que quedaron a juicio de ellos para su consideración.

Los estudiantes tuvieron la oportunidad de hacer una valoración de su desempeño atribuyéndose de manera individual una calificación meritoria y justificando el *¿qué calificación consideras merecer? ¿por qué consideras que eres merecedor de la calificación? ¿en qué te comprometes a mejorar?* Y para definir la calificación final del bimestre que corresponda se promediaba la calificación asignada por el profesor y la calificación que se asignaba el estudiante.

Capítulo 5

Reformulación de la propuesta didáctica y socialización al colectivo docente

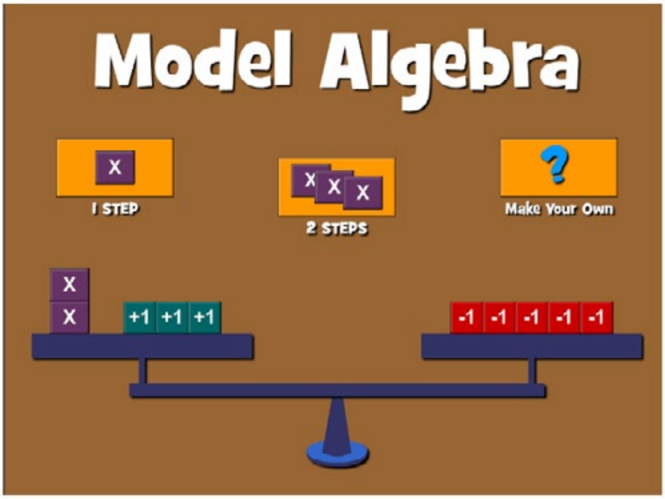
En este capítulo se compartieron los logros, dificultades, las observaciones, horizontes y las conclusiones acerca de la puesta en práctica de la propuesta didáctica “Aprendiendo ecuaciones lineales con Dienes”.

Aporte vinculado a la práctica docente

Tras realizar las observaciones posteriores a mi sesión con los estudiantes de primer grado grupo “D” al abordar el tema de las ecuaciones lineales, surgió el interés de profundizar al respecto, ya que es uno de los temas, que tiene cierto grado de dificultad, precisamente porque, revoluciona la aritmética, e incluye letras en sus operaciones. Efectivamente, esa dificultad se debe a la sintaxis de las operaciones algebraicas. Pero al dar tratamiento a esa dificultad, mediados por los bloques de Dienes, se superó en cierta medida; sin embargo, es preciso reformular el plan de clase de tal manera que se incorpore el uso de una balanza, diseñado con piezas de madera y se incorpore una manecilla para comprobar el equilibrio de este. Para este caso es imprescindible diseñar piezas de madera que representen valores numéricos y las variables. Lo mágico del material estará en el peso de las piezas. El equilibrio de los platillos es equiparable con el signo igual que divide a ambos miembros de la ecuación lineal. Después de varios ensayos con la balanza, es preciso plantearles ejercicios escritos, en el cual, se represente la balanza y tengan que ubicar piezas con determinado peso para equilibrar.

La otra alternativa es integrar el uso de software matemático gratuito; al hacer una búsqueda en la red de internet encontré que el software "Ecuaciones mágicas de 1° grado v1.0" cuyo enlace de descarga es http://www.automind.cl/educacion/juegos_magicos/juegos_magicos.htm, será útil para resolver ejemplos de ecuaciones lineales de manera interactiva.

Figura 39.



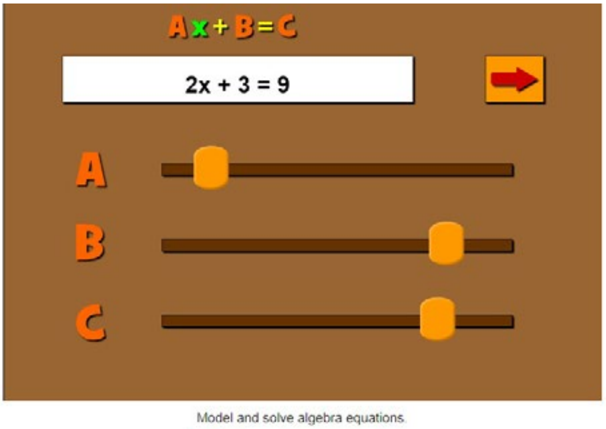
Fuente: Jiménez López, 2019

En mi búsqueda por la red de internet, encontré un juego que se denomina "algebra equations..." creado por Math playground. El enlace para poder acceder al juego es: https://www.mathplayground.com/AlgebraEquations.html.

Se presentan dos niveles. La primera es cuando la variable x solamente tiene un coeficiente igual a 1. El siguiente nivel es cuando la x tiene un coeficiente mayor a 1. Para iniciar con el juego se da clic, donde aparece el signo de interrogación y luego se elige el tipo de ecuación que se quiere resolver al dar clic en el espacio de las barras A, B y C.

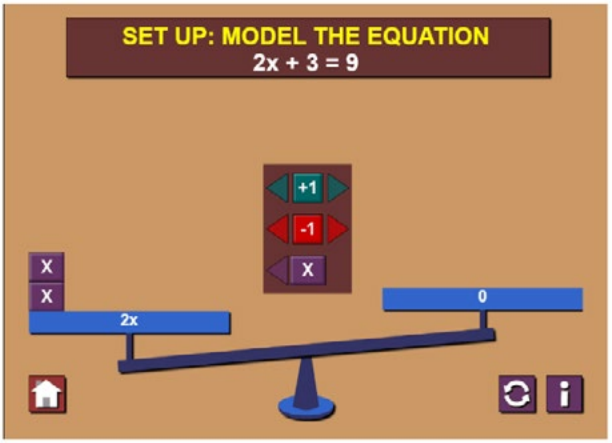
Para conocer su aplicabilidad, elegí la misma ecuación planteada al inicio de la sesión de la clase. Luego dar clic en la flecha.

Figura 40.



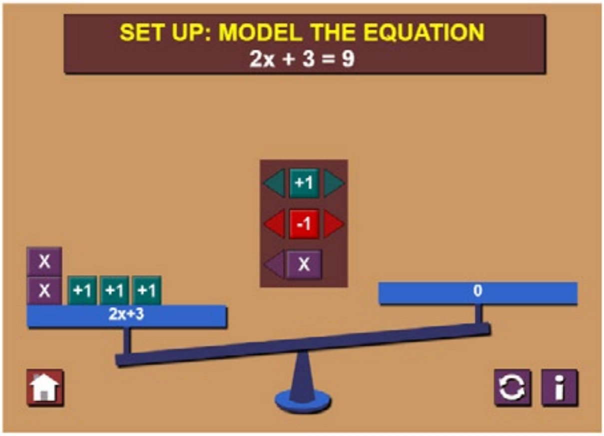
Fuente: Jiménez López, 2019

Figura 41.



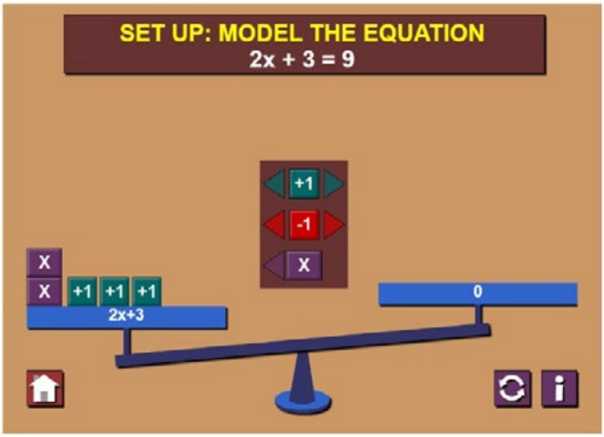
Fuente: Jiménez López, 2019

Figura 42.



Fuente: Jiménez López, 2019

Figura 43.



Fuente: Jiménez López, 2019

Es así como se logró el planteamiento de la ecuación lineal $2x + 3 = 9$. En la parte superior del modelo de balanza, se observan botones de dirección. De abajo hacia arriba, se tiene el botón con dirección a la izquierda, al dar clic, permite elegir el número de x que se requieren representar.

Una vez que se ha representado la x, se procede a representar el valor numérico +3, y se logra dando clic en la flecha de color verde del lado izquierdo.

Por último, se tiene que cumplir con la igualdad, dando clic en la flecha verde que apunta del lado derecho, haciendo alusión a la charola de la balanza del lado derecho.

Con este ejemplo se ha hecho la traducción del lenguaje algebraico al lenguaje geométrico. Además, de representar y modelar, que el principio del equilibrio de la balanza es el principio que se debe aplicar en la solución de una ecuación lineal. Así mismo, permite compartir en *google classroom*, por lo que cabe la posibilidad de crear un grupo de clase, el único requisito es que se tenga una cuenta de correo en *gmail*. Estas dos aplicaciones, se pueden considerar en el apartado de validación del plan de clases. Además, de proporcionarles a los estudiantes el enlace para que retroalimenten lo estudiado en clases.

También es preciso fundamentar las operaciones con valores numéricos y variables con signo negativo. Una primera idea del material puede ser empleando tapas de refrescos, de determinado color, para simbolizar los números positivos y negativos, y disponer de un tablero de trabajo.

Si el proceso de análisis, reflexión y rediseño se hiciera cotidianamente, considero que paulatinamente se puede mejorar la práctica docente; pero para ello, requiere abonarse constantemente, el esfuerzo y la voluntad, para generar cambios significativos en la práctica y no estar supeditados por concluir el programa de estudios.

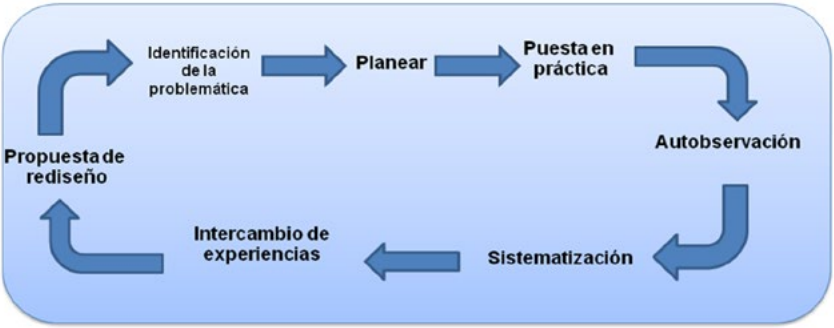
De este estudio, germinaron más preguntas, *¿qué resultados se obtendrían si se trabaja las ecuaciones con las regletas de Cuisenaire? ¿cómo diseñar un plan de clases con el tema de proporcionalidad como puente de conocimiento para transitar al lenguaje algebraico? ¿cómo inducir la apropiación del lenguaje algebraico mediante acertijos?* De alguna manera la ventana sigue abierta para que el trabajo siga enriqueciéndose, contrastando la práctica con las expectativas que se plasman en el momento de diseñar un plan de clases. La ruta de planificar, actuar, observar y reflexionar es una herramienta metodológica que puede llevarse a las aulas para generar cambios que permitirán obtener resultados distintos.

El uso del diario de clases, las fotografías y la videograbación de las clases son los principales instrumentos que permiten la recuperación de la experiencia para su sistematización y propiciar el diálogo con los teóricos de la matemática educativa. Un requisito indispensable es ser un auto observador de la práctica, a partir de la recuperación, surgen ideas que pueden superar la dificultad. Esas ideas primarias, posibilitan un desencadenamiento de posibilidades que enriquecen la práctica docente.

De acuerdo con los razonamientos que se han venido realizando, es pertinente, compartir, que la planeación de la propuesta didáctica, a partir de las tipologías de acción, formulación, validación, institucionalización y evaluación permite distribuir de mejor manera las situaciones de aprendizaje que se desarrollarán en el aula; por lo que se puede considerar como una alternativa, el tipo de planeación de clase que se empleó en la propuesta didáctica.

En el orden de las ideas anteriores, durante el proceso de investigación logré construir el siguiente esquema, que da cuenta de los pasos que llevé a cabo hasta lograr la concreción del presente informe de investigación.

Figura 44.



Fuente: Jiménez López, 2019

El interés surgió a partir de que identifiqué mis dificultades en el aula, respecto al aprendizaje de las ecuaciones lineales en estudiantes que cursan la asignatura de matemáticas en primer grado de educación secundaria; analizada a partir de mi retrospectiva como estudiante de educación secundaria y desde mi prospectiva como docente de matemáticas de educación secundaria.

Con referencia a lo anterior, me dediqué a la construcción de una propuesta didáctica que denominé "Aprendiendo ecuaciones lineales con Dienes", siguiendo el proceso secuenciado que propone la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau.

En ese mismo sentido, se llevó a la práctica la propuesta didáctica con el primer grado y grupo "D" de la Escuela Secundaria Técnica Industrial Núm. 80, de San Cristóbal de las Casas, Chiapas. Considerando varios aspectos; la preparación del material, el diseño de las plantillas, la elaboración de un cartel y el tablero de trabajo.

Como se trataba de autocuestionar y autorreflexionar sobre mi propia práctica, me di a la tarea de grabar un vídeo de las sesiones de clase, tomar fotografías, realizar un diario de clases y recuperar información de los apuntes de los estudiantes. Sugiero en este caso, realizar la organización de la información de manera inmediata, para evitar pasar por alto, sucesos que permiten realizar un mejor análisis e interpretación de la experiencia.

Una vez que se tenían las evidencias, ya organizadas, procedí al análisis y reflexión de la experiencia, identificando logros y dificultades que se presentaron en el estudio de las ecuaciones lineales por parte de los estudiantes. Así mismo, dar cuenta de mi intervención y mediación, entre el conocimiento matemático y los estudiantes. En este aspecto me llamó la atención, los procedimientos de solución que emplearon cada uno de los estudiantes para llegar al mismo resultado. Mismos que se han puntualizado en el presente documento, como germinadores, para el análisis y reflexión de mi práctica docente.

Tal como se ha visto, procedí a compartir la experiencia, en un primer momento, con la academia de matemáticas de mi centro de trabajo, en un espacio concedido por la Dirección de la Escuela, en una de las reuniones de balance del bimestre. Cabe agregar, que se compartió un esbozo del estudio en la Revista Electrónica de Difusión y Divulgación Educativa del Instituto de Estudios de Posgrado.

Después de lo anterior expuesto, quedó pendiente la tarea de rediseño de la propuesta didáctica, en el cual se tiene que considerar las sugerencias vertidas en este apartado del documento. Por supuesto, queda abierta la posibilidad de generar, propuestas didácticas, relacionadas al estudio de las expresiones algebraicas, sistema de ecuaciones lineales de 2x2 y ecuaciones cuadráticas empleando los bloques de Dienes.

Aporte vinculado a la generación de conocimiento en la enseñanza de las matemáticas

En este proceso de autocuestionamiento y autodiagnóstico se llevó a la práctica una propuesta de plan de clases, el cual se consideró, los cuatro momentos de una situación didáctica: Inicio, formulación, validación e institucionalización; y también se agregó una etapa más, que es la evaluación. Puede considerarse como una propuesta de dosificación y planeación de las sesiones del curso de matemáticas.

Por la edad de los adolescentes, y tomando como referencia las etapas de desarrollo cognitivo de Jean Piaget, se ubican en la etapa de desarrollo formal, que es la capacidad de los adolescentes de utilizar la lógica para llegar a conclusiones concretas, e inicia de los 12 años a la edad adulta. Lo que sí es pertinente, en primer grado de secundaria, emplear materiales didácticos manipulables para facilitar el tránsito del lenguaje natural al lenguaje abstracto, tal como ocurre con el estudio del álgebra.

Puedo afirmar que, del paso del lenguaje natural al lenguaje abstracto, es posible, siempre y cuando se disponga de los medios didácticos que permiten entablar un diálogo entre, el estudiante o los estudiantes y los saberes. El empleo de medios didácticos tiene que ser intencionado, y el artífice, de esa intencionalidad es el docente. La construcción de estas posibilidades implica asumir el papel de docente investigador, y considero que un docente investigador se trata de aquel docente que no deja de hacerse preguntas, aquel que se preocupa y ocupa, aquel que autocrítica su propia intervención con la finalidad de hacer una mejor la labor y construye para sí mismo y sus estudiantes.

Una de las dificultades que se me ha presentado en el aula, es la atención a las necesidades específicas de aprendizaje. De alguna manera, para poder vislumbrar mis pasos, he partido a través de entrevistas abiertas, para averiguar los intereses y necesidades. Posteriormente, hacer una planeación específica e intervenir; reconozco que me ha faltado recuperar las experiencias a partir de la aplicación de instrumentos. La pregunta que me generó al escribir estas líneas es, ¿Cómo construir los instrumentos?, para tener los referentes comparativos para poder afirmar que se está avanzando con la intervención.

Socialización de los resultados de la investigación a la academia de matemáticas y comunidad escolar

La socialización de los resultados y conclusiones del trabajo pueden compartirse en espacios de intercambio de experiencias entre colegas de la misma disciplina y del mismo centro educativo. Considerando que la metodología empleada en el estudio es uno de los caminos que nos puede llevar a asumir el papel de docente investigador de su propia práctica docente y tener la posibilidad de construir alternativas desde los centros escolares.

La actitud investigativa es una de las facultades que posee el ser humano. De niños solemos ser preguntones; los adultos solemos evadir la respuesta con un “no”, “después”, o responder con otra pregunta, *¿para qué preguntas eso?*; o una respuesta poco coherente y eso ocasiona que se reprima la actitud de preguntar acerca de las cosas y hechos que ocurren a nuestro alrededor. La cuestión es recuperar y desarrollar esa actitud inquietante, y no solamente lo podemos hacer con las o a través de las disciplinas, sino que también a través de los procesos sociales y naturales; considerando que estos procesos son dialécticos, es decir, que son cambiantes en el espacio y la temporalidad, lo que conocíamos de un fenómeno, en otro momento, puede tener una amplia interpretación en el presente.

Una vez que se halla reconquistado, esta habilidad innata, de cuestionar lo ignoto, se suma a la habilidad docente, y se puede asumir una labor más reflexiva y cuestionadora, provocando la ruptura de los dogmas y de las verdaderas absolutas que se han considerado como inquebrantables o desdibujantes. Luego ubicarnos en el paisaje donde yacen las incertidumbres y las contradicciones. En este paisaje, se crean posibilidades para plantear preguntas como: *¿para qué estudiar matemáticas? ¿cuál es el sentido de estudiar las ecuaciones lineales en secundaria? ¿cómo enseñar las ecuaciones lineales en secundaria?* Estudiar las matemáticas, es escudriñar, el diseño y la explicación de los fenómenos sociales y naturales, mediante modelos matemáticos. Los cálculos matemáticos permiten explicar de manera más argumentada, *¿por qué de las cosas o fenómenos?*; en ese terreno de la modelación matemática, entran en juego las variables, y el planteamiento de relaciones funcionales, por medio de ecuaciones lineales. Para solucionar las ecuaciones lineales; pero lo que, si hay que aclarar, es que se requiere del dominio del procedimiento formal para solucionar ecuaciones lineales.

Por citar un ejemplo: Si un trabajador tiene un sueldo de $2,250.00 pesos a la semana y gasta $70.00 pesos por cada comida que realiza fuera de su casa ¿Cuál es su sueldo al término de una semana (7 días)? ¿Cuánto es lo que gastó en una semana si comió fuera de su casa una vez por día?

Para abordar el problema, considero importante hacer un bosquejo, mediante la construcción de una tabla de datos:

Tabla 3.

Sueldo	2,250	2,250	2,250	2,250	2,250	2,250	2,250
Gasto por comida diaria	70	140	210	280	350	420	490
Primera diferencia		140-70= 70	210-140= 70	280-210= 70	350-280= 70	420-350= 70	490-420= 70

Fuente:

Con lo anterior, se puede recuperar que el valor numérico, 70 es una constante, y “x” en este caso corresponde al número de días de la semana. Para averiguar, el salario que le queda día a día, se plantea el siguiente modelo matemático:

$$f(x) = 2{,}250 - 70x$$
$$f(x) = 2{,}250 - 70(1)$$
$$f(x) = 2{,}180$$

Así podemos calcular para los siguientes 6 días de la semana:

$$f(x) = 2{,}250 - 70(2) = 2{,}110$$
$$f(x) = 2{,}250 - 70(3) = 2{,}040$$
$$f(x) = 2{,}250 - 70(4) = 1{,}970$$
$$f(x) = 2{,}250 - 70(5) = 1{,}900$$
$$f(x) = 2{,}250 - 70(6) = 1{,}830$$
$$f(x) = 2{,}250 - 70(7) = 1{,}760$$

El trabajador, al comer fuera de casa durante una semana, solamente le quedó $1,760.00 pesos de su salario. Lo que tendría que valorar al respecto es, *¿qué tan conveniente es llevar la comida de casa? ¿qué tan saludable es comer fuera de casa?* La espontaneidad, provoca un cambio en la manera de cómo plantear y resolver ecuaciones lineales en relación con el mundo que nos rodea.

La aplicación de los Tecnologías de las Información y la Comunicación en el ámbito educativo es un área en pleno desarrollo, y que no se debe derrochar, la tarea es mediar el proceso con la tecnología, aprovechando recursos, tales como: *wordpress, WebQuest y google sites,* en los cuales, se pueden diseñar situaciones didácticas de aprendizaje de manera gratuita.

El uso de los bloques de Dienes, en la enseñanza y aprendizaje del lenguaje algebraico, es un medio didáctico que posibilita la apropiación, en este primer acercamiento, del lenguaje simbólico, mismo que en segundo y tercer grado se tiene que afianzar con el planteamiento de expresiones algebraicas, sistema de ecuaciones de 2x2 y ecuaciones cuadráticas.

Figura 45.

Fuente: Jiménez López, 2019

Para el caso de las operaciones de reducción de expresiones algebraicas, se emplearían las piezas cubicas y las barras. Si se trata de la solución de un sistema de ecuaciones lineales, se tendrían que plantear las dos ecuaciones lineales, haciendo uso de las piezas cubicas y barras, además se tendría, que disponer de más piezas para poder efectuar el método de solución, que, por la practicidad, recomiendo el método de reducción.

Para provocar el estudio de las ecuaciones cuadráticas en los estudiantes que cursan el tercer grado de secundaria, es necesario emplear, una tercera pieza cuadrada, que, para mi caso, la placa mide 10cm por lado. Aunque para su abordaje ya se han generado, materiales concretos sucedáneos, uno de ellos, son los kits "Algebra Tiles", que se pueden adquirir en línea, a través de *www.amazon.com.mx*. Dicho paquete incluye 30 kits para estudiantes y un libro de ejercicios que permite la participación de los estudiantes.

Otro recurso didáctico de uso amplio en el aula de matemáticas es:

> Tabletas algebraicas que son fichas rectangulares conformadas por seis modelos básicos, un cuadrado de lado a, otro de lado b, otro de lado 1 (unidad), un rectángulo de lados a y b, otro de lados a y 1, un tercer rectángulo de lados b y 1. (Salazar et al., 2013, p. 2)

La ventaja que ofrecen estos modelos didácticos es que se pueden elaborar de madera, con foamy y mediante plantillas para recortar. El uso de manipulables provoca que la matemática sea tangible para los estudiantes y permite que se apropien del lenguaje algebraico de manera lúdica.

Referencias

Alsina, C. (2010). *El club de la hipotenusa. Un paseo por la historia de las matemáticas a través de sus anécdotas más divertidas.* Ariel.

Abero, L., Berardi, L., Capocasale, A., García Montejo, S., & Rojas Soriano, R. (2015). *Investigación educativa. Abriendo puertas al conocimiento*. CLACSO.

Basurto Hidalgo, E., y Castillo Peña, G. (2012). *Álgebra.* Pearson educación.

Bausela Herreras, E. (s.f.). La docencia a través de la investigación-acción. *Revista Iberoamericana de Educación, 35*(1).

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas.* Libros del Zorzal.

Colmenares E., A. M., & Piñero M., M. L. (2008). La investigación-acción. Una herramienta metodológica heurística para la comprensión y transformación de realidades y prácticas socio-educativas. *Laurus, 14*(27), 104.

De la Garza Toledo, E. (1983). *El método concreto-abstracto-concreto*. UAM.

De Oteyza de Oteyza, E., Lam Osnaga, E., Hernández Garciadiego, C., Carrillo Hoyo, Á. M. (2007). *Álgebra*. Pearson educación.

Díaz Barriga Arceo, F. (2006). *Enseñanza situada: Vínculo entre la escuela y la vida.* Mc Graw Hill.

Educar chile. (2018). ¿Qué es una Webquest? https://n9.cl/z8ud1

Fernández García, F. (1997). *Aspectos históricos del paso de la aritmética al álgebra.* Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Flores Olvera, D. (2013). *La resiliencia nómica. Mejor ambiente educativo familiar, escolar y comunitario.* Instituto Internacional de Investigación para el Desarrollo, A.C.

Flores Peñafiel, A. (1999). Las representaciones geométricas como un medio para cerrar la brecha entre la aritmética y el álgebra. *Educación Matemática,* (11), 69-78.

Frade Rubio, L. (2009). *La evaluación por competencias*. Inteligencia Educativa.

Gascón, J. (1999). La naturaleza prealgebraica de la matemática escolar. *Educación matemática,* (11), 77-88.

Jaramillo Naranjo, L. M., y Simbaña Gallardo, V. P. (2014). La metacognición y su aplicación en herramientas virtuales desde la práctica docente. Colección de Filosofía de la Educación. *Universidad Politécnica Selesiana,* (16), 299-313.

Jiménez López, E. (2016). Diario de clases. Asignatura de matemáticas. Ciclo escolar 2016-2017. *Escuela Secundaria Técnica, (*80).

Jiménez López, E. (2019). *Las ecuaciones lineales con los bloques de Dienes como medio para transitar de la aritmética al lenguaje algebraico. Caso: Estudiantes de primer grado grupo "D" de la Escuela Secundaria Técnica Industrial Núm. 80, San Cristóbal de las Casas, Chiapas* [Tesis de maestría, Instituto de Estudios de Posgrado]

Kieran, C., y Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias,* 7(3), 229-240.

Kline, M. (1976). *El fracaso de la matemática moderna. Por qué Juanito no sabe sumar.* Siglo Veintiuno Editores.

Latorre, A. (2005). *La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. GRAO.

Méndez Echeverría, D., Fernández Araiza, J., Reyes Galinda, M. C. (1989). Bloques lógicos de Dienes. *Educación Matemática,* (1), 52-55.

Ministerio de Educación. (2009). *Guía de adecuaciones curriculares para estudiantes con necesidades educativas especiales.* Dirección General de Educación Especial.

Montes Cruz, E. (2017). Valoración psicopedagógica de la estudiante Sofía Pérez. *USAER,* (5).

Pérez Trujillo, A. R., Pérez Hernández, A. D., & Hernández Pérez, H. (2013). *Secuencia didáctica para facilitar la transición entre la aritmética y el álgebra.* ALME, A.C.

Perelman, Y. (1969). *Álgebra recreativa*. Ed. Mir Moscú.

Palarea, Medina, M. M., y Socas Robayna, M. M. (1994). *Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico.* I Seminario Nacional sobre Lenguaje y Matemáticas.

Rincón Ramírez, C. (2005). *Pensamiento crítico de la construcción del conocimiento educativo.* UNACH.

Rivero Mendoza, F. (2000). *Resolviendo las ecuaciones lineales con el uso de mo-*

delos. Universidad de los Andes. Facultad de Ciencias.

Salazar Fino, V. P., Jiménez Ardila, S. M., Mora Mendieta, L. C. (2013). *Tabletas algebraicas, una alternativa de enseñanza del proceso de factorización*. I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe (I CEMACYC).

Sessa, C. (2014). *Iniciación al estudio didáctico del Álgebra. Orígenes y perspectivas*. Libros del Zorzal. E-Book.

Uruguay Educa. (1999). *Guy Brousseau. El padre de la didáctica de la matemática*.

Ursini Legovich, S. (1994). Los niños y las variables. *Educación matemática,* 6(3).

Religación
Press
Ideas desde el Sur Global

Religación
Press

ISBN: 978-9942-561-26-8

9 789942 561268